

**ЭФФЕКТИВНАЯ  
ПОДГОТОВКА К ОГЭ  
9 КЛАСС**

# **ОГЭ**

## **2016**

**В. В. Мирошин**

# **МАТЕМАТИКА**

## **ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ**

- Тренировочные варианты ОГЭ
- Инструкция по выполнению работы
- Ответы и критерии оценивания



**ЭФФЕКТИВНАЯ  
ПОДГОТОВКА К ОГЭ  
9 КЛАСС**

**ОГЭ**

**2016**

В. В. Мирошин

**МАТЕМАТИКА**

---

**ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ**

  
**МОСКВА  
2015**



## ВВЕДЕНИЕ

**Уважаемые учащиеся!**  
**Уважаемые учителя!**

Этот сборник предназначен для подготовки к ОГЭ и дополнительным вступительным испытаниям по математике в 2016 году.

Авторы, обладая большим опытом работы в общеобразовательных учреждениях и подготовки к экзаменам, постарались сделать так, чтобы предложенные варианты не только готовили к ОГЭ, но и оказывали посильную помощь в подготовке к освоению программы по математике в старшей школе.

В сборнике приведены 10 вариантов заданий, составленных в соответствии с демонстрационным вариантом и спецификацией 2016 года.

Один имеет подробное решение всех заданий, включая и первую часть. Кроме того, авторы старались сделать так, чтобы даже самые простые задания несли информацию, пригодную для подготовки к ОГЭ. Так как вы планируете продолжать математическое образование, вам потребуется высокий балл для того, чтобы подтвердить хорошее знание математики и свою конкурентоспособность.

Поэтому мы позволили себе, сохраняя форму и тематику заданий, кое-где отступить от привычного содержания, сделав его более разнообразным.

Конечно, ваша цель — последние задания, приносящие наибольшее количество баллов. Они снабжены критериями выставления оценок по приведённым решениям. Но это не значит, что задачи 21—26 не могут иметь других решений. Не забывайте про задачи первой части. Очень часто наиболее сильные участники экзамена, стремясь как можно скорее заняться сложными и интересными задачами второй части, допускают обидные ошибки в простых задачах первой части.

*Желаем успеха!*

## ИНСТРУКЦИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ

**Общее время экзамена — 235 минут.**

**Характеристика работы.** Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть 1), 4 задания повышенного уровня (часть 2) и 2 задания высокого уровня сложности (часть 2). Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — восемь заданий; в части 2 — три задания.

Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

Модуль «Реальная математика» содержит семь заданий: все задания — в части 1.

**Советы и указания по выполнению работы.** Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у вас останется время, вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

Ответ к заданию 2 записывается в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа на задания части 1 зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

**Как оценивается работа.** Баллы, полученные вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой

аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них: не менее 3 баллов по модулю «Алгебра», не менее 2 баллов по модулю «Геометрия» и не менее 2 баллов по модулю «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания расположены по нарастанию сложности и оцениваются в 2, 3 и 4 балла.

# ВАРИАНТ 1

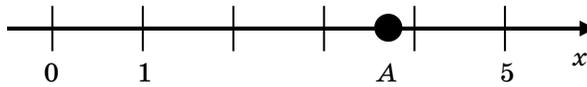
## Часть 1

### Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения  $1\frac{1}{25} \cdot 4 - 4,41$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

2. На координатной прямой отмечена точка  $A$ . Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел:



- 1) 2,75                      2) 3,75                      3) 1,75                      4) 4,75

Какому из чисел соответствует точка  $A$ ? В ответе укажите номер числа.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

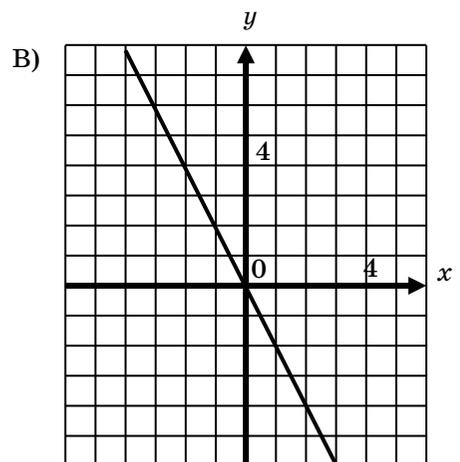
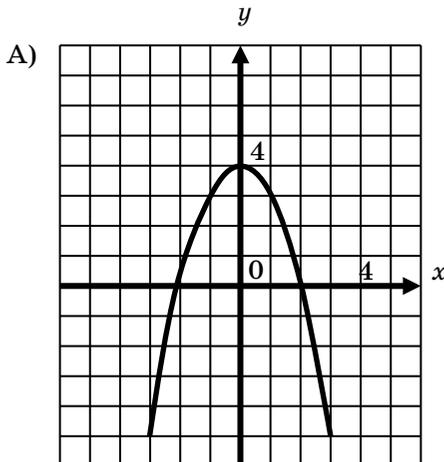
3. Вычислите значение выражения  $\frac{\sqrt{3,6} \cdot \sqrt{8,4}}{\sqrt{0,21}}$ .

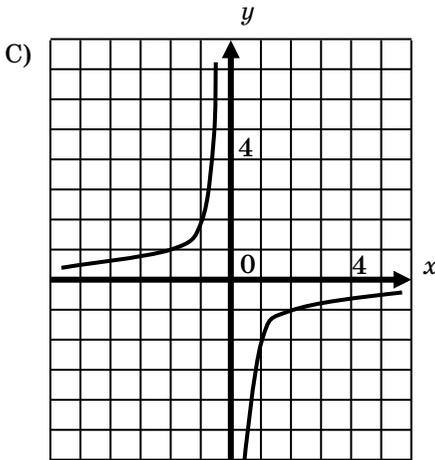
Ответ: \_\_\_\_\_ .

4. Решите уравнение  $\frac{4}{19x+1} = \frac{1}{5}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

5. Установите соответствие между графиками функций, изображённых на рисунке, и формулами, которые их задают.





- 1)  $y = -2x$
- 2)  $y = -\frac{2}{x}$
- 3)  $y = 4 - x^2$

В таблице под каждой буквой, соответствующей графику, впишите номер формулы, которая его задаёт.

Ответ:

А	В	С

6. Конечная числовая последовательность содержит 10 членов, первый из которых равен 3, а каждый последующий член, начиная со второго, больше предыдущего на 4. Найдите десятый член последовательности.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

7. Найдите значение выражения  $(a-73)^2 + 292a$ , если  $a = 27$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

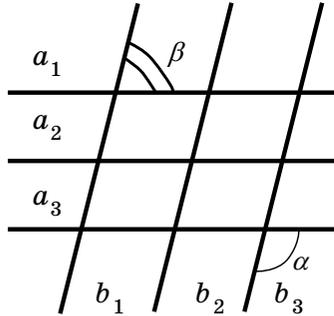
8. Решите систему неравенств  $\begin{cases} 2x+7 > 0 \\ 3x+4 < 0 \end{cases}$ .

В ответе укажите наибольшее целое решение системы.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

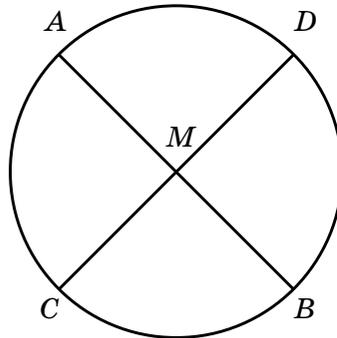
## Модуль «Геометрия»

9. Прямые  $a_1, a_2, a_3$ , параллельные между собой, пересекаются с параллельными прямыми  $b_1, b_2, b_3$ . Угол  $\alpha$ , образованный при пересечении прямых  $a_3$  и  $b_3$ , равен  $117^\circ$ . Чему равен угол  $\beta$ , образованный при пересечении прямых  $a_1$  и  $b_1$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_ .

10. Хорды  $AB$  и  $CD$  окружности пересекаются в точке  $M$ . Известно, что  $\angle AMC = 140^\circ$ . Мера дуги  $AD$  больше меры дуги  $BC$  на  $22^\circ$ . Найдите меру дуги  $AD$ . Ответ укажите в градусах.

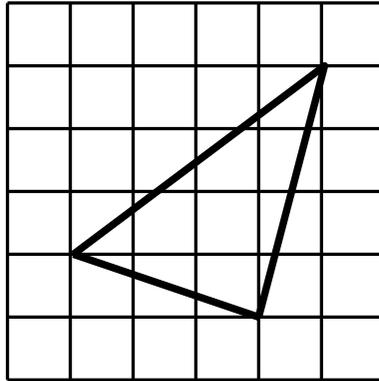


Ответ: \_\_\_\_\_ .

11. Параллелограмм, сторона основания которого равна  $\sqrt{3}$ , имеет ту же площадь, что и равносторонний треугольник со стороной  $3\sqrt{2}$ . Найдите высоту параллелограмма.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

12. Найдите площадь фигуры, изображённой на клетчатой бумаге, считая, что сторона клетки равна 1 см. Ответ укажите в см<sup>2</sup>.



Ответ: \_\_\_\_\_ .

13. Укажите, какие из перечисленных ниже утверждений **верны** для любого треугольника.

- 1) Сумма углов любого треугольника равна 180°.
- 2) В любом треугольнике найдётся прямой угол.
- 3) В любом треугольнике найдётся угол больше прямого.
- 4) В любом треугольнике найдётся угол, не меньший 60°.
- 5) В любом треугольнике найдётся угол, равный 60°.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

**Модуль «Реальная математика»**

14. В таблице приведены нормативы по прыжкам в длину с места для учащихся девятых классов:

9-й класс	Мальчики			Девочки		
	5	4	3	5	4	3
Прыжок в длину с места (см)	210	190	170	190	170	160

Какую оценку получит юноша, прыгнувший на расстояние 198 см?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

15. Путь, пройденный телом за промежуток времени  $t_0 \leq t \leq t_1$ , где  $t_0$  — начало интервала измерения времени движения, а  $t_1$  — его конец, численно равен площади фигуры, ограниченной графиче-

ком функции  $V = V(t)$  на этом промежутке. Используя приведённый на рисунке график скорости движения, укажите путь, пройденный телом с постоянной скоростью.

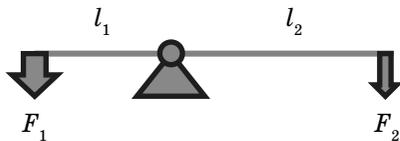


Ответ: \_\_\_\_\_ .

16. Стоимость единого билета на одну поездку в г. Москве составляет 50 рублей, а стоимость единого билета на 40 поездок составляет 1160 рублей. Сколько рублей составит экономия при покупке билета на 40 поездок вместо 40 билетов на одну поездку?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

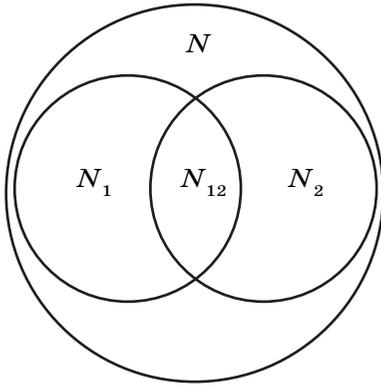
17. К плечам рычага, длины которых равны  $l_1$  и  $l_2$ , приложены силы, равные  $F_1 = 10\text{Н}$ ,  $F_2 = 8\text{Н}$  и удерживающие его в равновесии. Определите отношение длины большего плеча рычага к длине меньшего.



Ответ: \_\_\_\_\_ .

18. На диаграмме приведены результаты решения двух задач по математике учащимися на олимпиаде. Известно, что общее количество учащихся составило  $N = 100$  человек. Первую из пред-

ложенных задач решили  $N_1 = 73$  человека, вторую  $N_2 = 45$  человек.



$N$  — количество участников  
 $N_1$  — решили первую задачу  
 $N_2$  — решили вторую задачу  
 $N_{12}$  — решили обе задачи

Какие из утверждений относительно результатов решения задач верны:

- 1) Обязательно найдутся учащиеся, решившие обе задачи.
- 2) Число учащихся, решивших обе задачи, не больше 46 человек.
- 3) Число решивших обе задачи меньше 15 человек.
- 4) Число решивших обе задачи не меньше 18 человек.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

19. Из урны, в которой находятся 12 белых и 8 чёрных шаров, наудачу выбирается один шар. Какова вероятность того, что этот шар окажется чёрным?

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

20. Известно, что свободное падение представляет собой частный случай равноускоренного движения без начальной скорости. Если  $h$  — высота, с которой падает тело,  $g \approx 10$  м/с<sup>2</sup> ускорение свободного падения и  $v$  — скорость тела спустя  $t$ (сек) после начала движения, то скорость тела в момент падения можно найти из формулы:  $v = \sqrt{2gh}$ . Найдите, с какой высоты надо сбросить тело, чтобы его скорость в момент падения составила 15 м/с.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

## Часть 2

## Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь  $\frac{6^{n+5}}{3^{n+4} \cdot 2^{n-2}}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

22. Расстояние от пункта  $A$  до пункта  $B$  первый автомобиль проезжает в 1,6 раза быстрее второго автомобиля. Найдите скорость первого автомобиля, если она на 27 км/час больше скорости второго.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

23. Найдите все значения параметра, при каждом из которых уравнение  $x^2 - 6|x| + 5 = a$  имеет ровно три различных решения.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

## Модуль «Геометрия»

24. Стороны параллелограмма  $ABCD$   $AB = 8$ ,  $AD = 6$ . В каждый из треугольников  $ABD$  и  $CBD$  вписаны окружности. Найдите расстояние между точками касания окружностей и диагональю  $BD$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

25. Докажите, что в прямоугольном неравнобедренном треугольнике биссектриса прямого угла делит пополам угол между медианой и высотой, проведённых к гипотенузе из вершины прямого угла.

26. В треугольнике  $ABC$  длины сторон  $AB = 7$ ,  $AC = 9$ . На стороне  $AB$  взята точка  $D$  так, что  $BD = 3$ . Точка  $E$  расположена на стороне  $AC$  так, что площадь четырёхугольника  $BCED$  равна  $\frac{5}{7}$  площади треугольника  $ABC$ . Найдите длину отрезка  $CE$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

## ВАРИАНТ 2

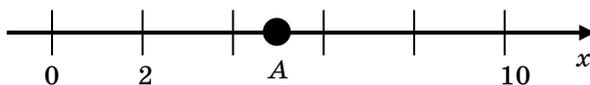
### Часть 1

#### Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения  $0,5 : 1,25 - 2\frac{3}{5}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

2. На координатной прямой отмечена точка  $A$ . Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка  $A$ ? В ответе укажите номер числа.



- 1) 3,75      2) 17      3)  $\sqrt{13}$       4) 6,75

Ответ: \_\_\_\_\_ .

3. Вычислите значение выражения  $\frac{\sqrt{8,5} \cdot \sqrt{15,3}}{\sqrt{0,45}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

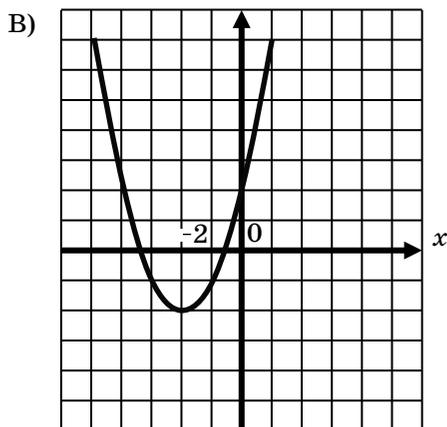
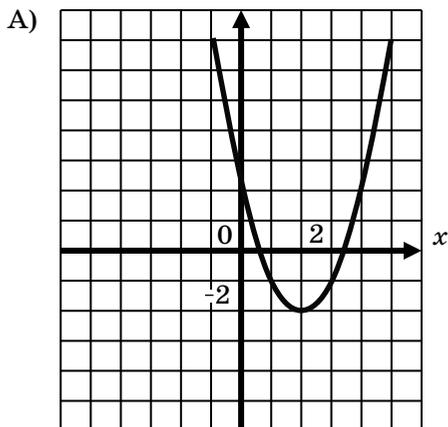
4. Решите уравнение  $\frac{5}{4x+5} = -\frac{1}{3}$ .

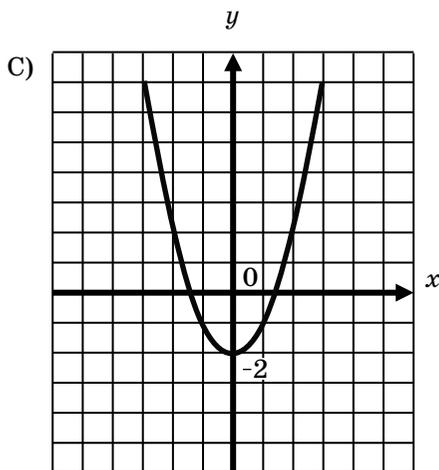
Ответ: \_\_\_\_\_ .

5. Установите соответствие между графиками функций, изображённых на рисунке, и формулами, которые их задают.

$y$

$y$





- 1)  $y = x^2 - 2$   
 2)  $y = (x - 2)^2 - 2$   
 3)  $y = (x + 2)^2 - 2$

В таблице под каждой буквой, соответствующей графику, впишите номер формулы, которая его задаёт.

Ответ:

A	B	C

6. Конечная числовая последовательность содержит 12 членов, первый из которых равен 5, а каждый последующий член, начиная со второго, меньше предыдущего на 3. Найдите двенадцатый член последовательности.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

7. Найдите значение выражения  $(a - 89)^2 + 356a$ , если  $a = 11$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

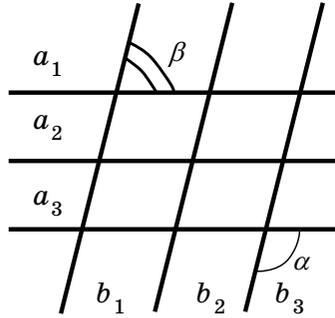
8. Решите систему неравенств 
$$\begin{cases} 7x - 1 > 0 \\ 2x - 3 < 0 \end{cases}$$

В ответе укажите наибольшее целое решение системы.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

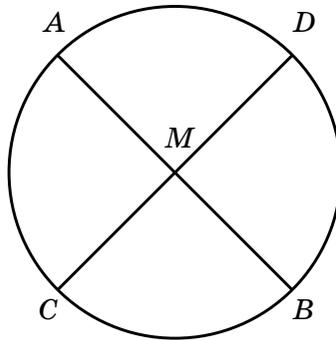
**Модуль «Геометрия»**

9. Прямые  $a_1, a_2, a_3$ , параллельные между собой, пересекаются с параллельными прямыми  $b_1, b_2, b_3$ . Угол  $\alpha$ , образованный при пересечении прямых  $a_3$  и  $b_3$ , равен  $123^\circ$ . Чему равен угол  $\beta$ , образованный при пересечении прямых  $a_1$  и  $b_1$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_ .

10. Хорды  $AB$  и  $CD$  окружности пересекаются в точке  $M$ . Известно, что  $\angle AMC = 139^\circ$ . Мера дуги  $AD$  больше меры дуги  $BC$  на  $22^\circ$  (см. рисунок). Найдите меру дуги  $AD$ . Ответ укажите в градусах.

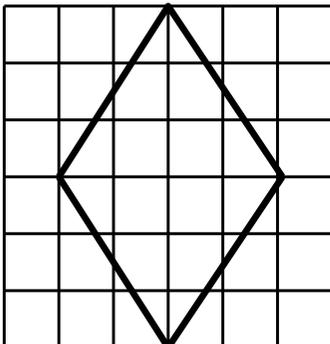


Ответ: \_\_\_\_\_ .

11. Трапеция, высота которой равна  $8\sqrt{3}$ , имеет ту же площадь, что и равносторонний треугольник, сторона которого равна 4. Найдите длину средней линии трапеции.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

12. Найдите площадь ромба, изображённого на клетчатой бумаге, считая, что сторона клетки равна 1 см. Ответ укажите в см<sup>2</sup>.



Ответ: \_\_\_\_\_ .

13. Укажите, какие из перечисленных ниже утверждений **верны** для любого треугольника.

- 1) Сумма углов любого треугольника меньше 200°.
- 2) В любом треугольнике есть два острых угла.
- 3) В любом треугольнике есть хотя бы один угол, меньший 60°.
- 4) В любом треугольнике есть хотя бы один угол, больший 60°.
- 5) В любом треугольнике есть хотя бы один угол, не меньший 60°.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

### Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены нормативы по прыжкам в длину с разбега для учащихся девятых классов.

9-й класс	Мальчики			Девочки		
	5	4	3	5	4	3
Прыжок в длину с разбега (см)	400	380	330	370	330	290

Какую оценку получит юноша, прыгнувший на расстояние 398 см?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

15. Путь, пройденный телом за промежуток времени  $t_0 \leq t \leq t_1$ , где  $t_0$  — начало интервала измерения времени движения, а  $t_1$  — его конец, численно равен площади фигуры, ограниченной графика-

ком функции  $V = V(t)$  на этом промежутке. Используя приведённый на рисунке график скорости движения, укажите величину пути, пройденного телом за первые 5 секунд.

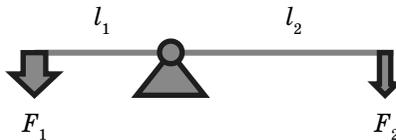


Ответ: \_\_\_\_\_ .

16. Стоимость билета на одну поездку на наземном транспорте в г. Москве составляет 40 рублей, а стоимость билета на 40 поездок составляет 800 рублей. Сколько рублей составит экономия при покупке билета на 40 поездок вместо 40 билетов на одну поездку?

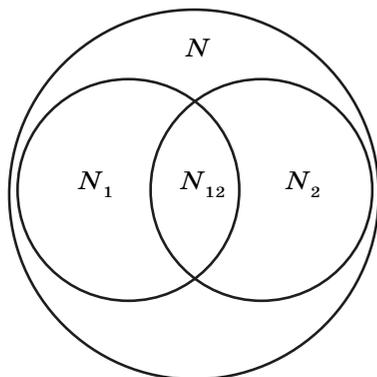
Ответ: \_\_\_\_\_ .

17. К плечам рычага, длины которых равны  $l_1$  и  $l_2$ , приложены силы, равные  $F_1 = 12\text{Н}$ ,  $F_2 = 8\text{Н}$  и удерживающие его в равновесии. Определите отношение длины большего плеча рычага к длине меньшего.



Ответ: \_\_\_\_\_ .

18. На диаграмме приведены результаты решения двух задач по математике учащимися на олимпиаде. Известно, что общее количество учащихся составило  $N = 100$  человек. Первую из предложенных задач решили  $N_1 = 68$  человека, вторую  $N_2 = 45$  человек.



$N$  — количество участников  
 $N_1$  — решили первую задачу  
 $N_2$  — решили вторую задачу  
 $N_{12}$  — решили обе задачи

Какие из утверждений относительно результатов решения задач верны:

- 1) Некоторые учащиеся решили обе задачи.
- 2) Каждую задачу решил хотя бы один учащийся.
- 3) Число решивших обе задачи меньше 12 человек.
- 4) Число решивших обе задачи больше 12 человек.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

19. Из урны, в которой находятся 14 белых и 6 чёрных шаров, наудачу выбирается один шар. Какова вероятность того, что этот шар окажется чёрным?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

20. Тело, брошенное вертикально вверх, движется равнозамедленно с начальной скоростью  $v_0$  и ускорением  $a = -g$ ,  $g \approx 10 \text{ м/с}^2$ . Его скорость на высоте  $h$  можно вычислить по формуле:  $v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$ . Рассчитайте, на какой высоте прекратит подъём тело, брошенное вверх с начальной скоростью  $v_0 = 20 \text{ м/с}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

## Часть 2

### Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь  $\frac{45^{n+1}}{3^{2n+1} \cdot 5^{n+2}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

22. Расстояние от пункта  $A$  до пункта  $B$  первый автомобиль проезжает в 1,2 раза быстрее второго автомобиля. Найдите скорость второго автомобиля, если она на 9 км/час меньше скорости первого.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

23. Найдите все значения параметра, при каждом из которых уравнение  $x^2 - 4|x| + 2 = a$  имеет ровно три различных решения.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

**Модуль «Геометрия»**

24. Стороны параллелограмма  $ABCD$   $AB = 10$ ,  $AD = 6$ . В каждый из треугольников  $ABD$  и  $CBD$  вписаны окружности. Найдите расстояние между точками касания окружностей и диагональю  $BD$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

25. Докажите, что если биссектриса угла неравнобедренного треугольника делит пополам угол между высотой и медианой, проведённых из той же вершины, то мера этого угла равна  $90^\circ$ .

26. В треугольнике  $ABC$  длины сторон  $AB = 7$ ,  $AC = 9$ . На стороне  $AB$  взята точка  $D$  так, что  $BD = 3$ . Точка  $E$  расположена на стороне  $AC$  так, что площадь четырёхугольника  $BCED$  равна  $\frac{6}{7}$  площади треугольника  $ABC$ . Найдите длину отрезка  $CE$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

### ВАРИАНТ 3

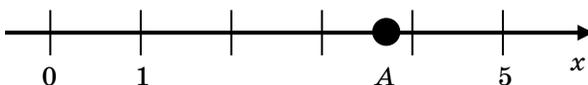
#### Часть 1

#### Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения  $2\frac{1}{10} : 2 - 1,8$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

2. На координатной прямой отмечена точка  $A$ . Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка  $A$ ? В ответе укажите номер числа.



- 1) 13                      2) 2,9                      3)  $2\sqrt{2}$                       4) 4,75

Ответ: \_\_\_\_\_ .

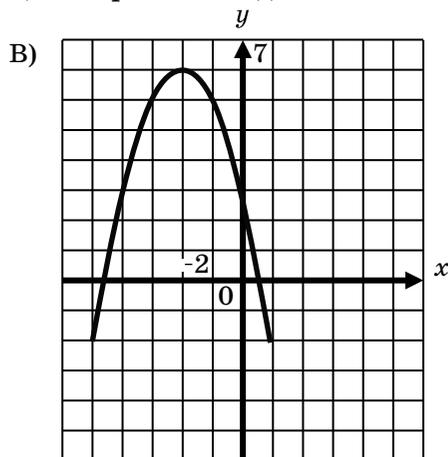
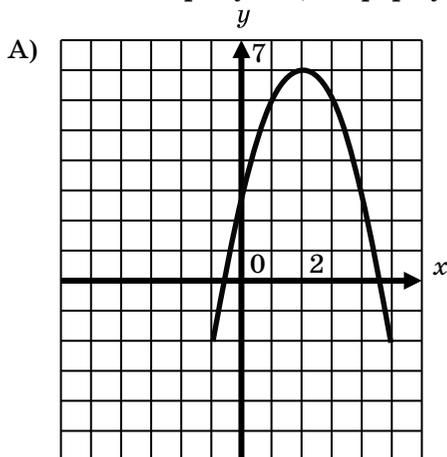
3. Вычислите значение выражения  $\frac{\sqrt{3,4} \cdot \sqrt{15,3}}{\sqrt{0,18}}$ .

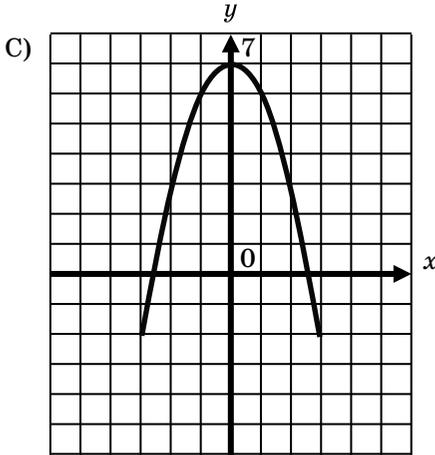
Ответ: \_\_\_\_\_ .

4. Решите уравнение  $\frac{5x+1}{3x+2} = 5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

5. Установите соответствие между графиками функций, изображённых на рисунке, и формулами, которые их задают.





- 1)  $y = 7 - x^2$
- 2)  $y = 7 - (x - 2)^2$
- 3)  $y = 7 - (x + 2)^2$

В таблице под каждой буквой, соответствующей графику, впишите номер формулы, которая его задаёт.

О т в е т :

А	В	С

6. Конечная числовая последовательность содержит 17 членов, первый из которых равен 2, а каждый последующий член, начиная со второго, больше предыдущего на 3. Найдите семнадцатый член последовательности.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

7. Найдите значение выражения  $(a - 23)^2 + 92a$ , если  $a = 27$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

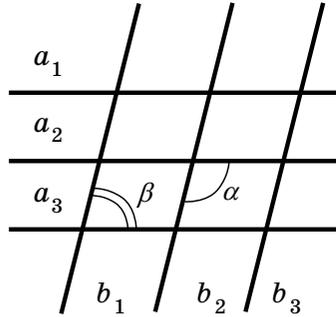
8. Решите систему неравенств  $\begin{cases} 5x + 1 > 0 \\ 3x - 2 < 0 \end{cases}$

В ответе укажите наибольшее целое решение системы.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

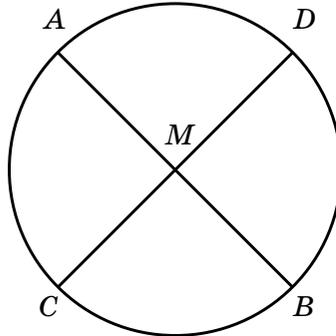
## Модуль «Геометрия»

9. Прямые  $a_1, a_2, a_3$ , параллельные между собой, пересекаются с параллельными прямыми  $b_1, b_2, b_3$ . Угол  $\alpha$ , образованный при пересечении прямых  $a_2$  и  $b_2$ , равен  $125^\circ$ . Чему равен угол  $\beta$ , образованный при пересечении прямых  $a_3$  и  $b_1$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_ .

10. Хорды  $AB$  и  $CD$  окружности пересекаются в точке  $M$ . Известно, что  $\angle AMC = 140^\circ$ . Мера дуги  $AD$  больше меры дуги  $BC$  на  $26^\circ$  (см. рисунок). Найдите меру дуги  $AD$ . Ответ укажите в градусах.

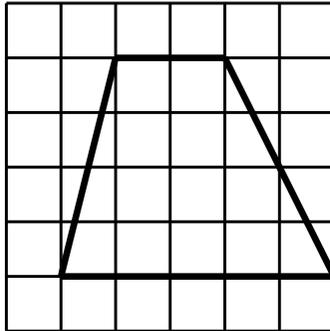


Ответ: \_\_\_\_\_ .

11. Ромб, длина одной диагонали которого равна 1,25, имеет ту же площадь, что и треугольник, основание которого равно 10, а высота, проведённая к основанию, равна 12. Найдите длину второй диагонали ромба.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

12. Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге, считая, что сторона клетки равна 1 см. Ответ укажите в см<sup>2</sup>.



Ответ: \_\_\_\_\_ .

13. Укажите, какие из перечисленных ниже утверждений **верны** для любого треугольника.

- 1) Сумма углов любого треугольника больше 200°.
- 2) В любом треугольнике есть хотя бы один острый угол.
- 3) В любом треугольнике есть хотя бы один прямой угол.
- 4) В любом треугольнике есть хотя бы один тупой угол.
- 5) В любом треугольнике есть хотя бы один угол, не больший 60°.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

**Модуль «Реальная математика»**

14. В таблице приведены нормативы по прыжкам в высоту для учащихся девятых классов.

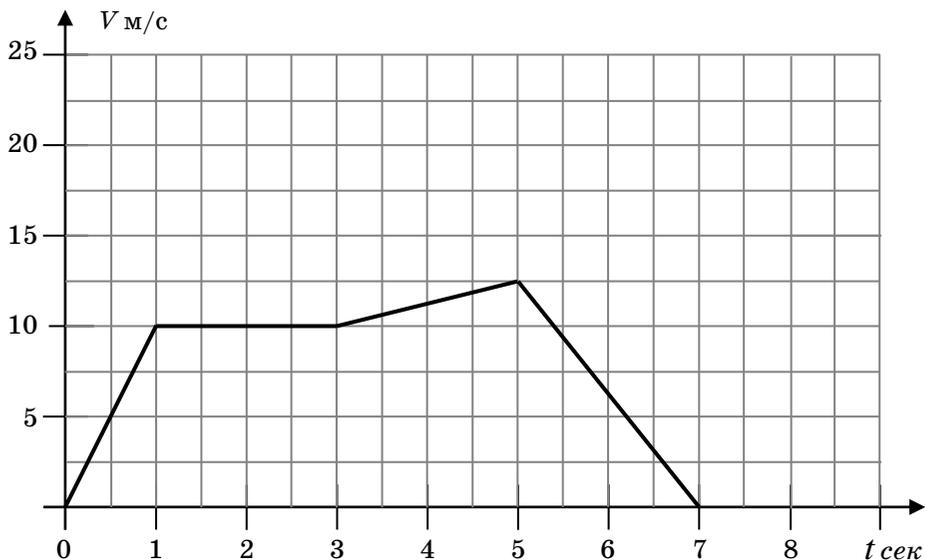
9-й класс	Мальчики			Девочки		
	5	4	3	5	4	3
Прыжок в высоту с разбега (см)	120	115	110	110	105	100

Какую оценку получит девушка, преодолевшая высоту 107 см?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

15. Путь, пройденный телом за промежуток времени  $t_0 \leq t \leq t_1$ , где  $t_0$  — начало интервала измерения времени движения, а  $t_1$  — его конец, численно равен площади фигуры, ограниченной графиче-

ком функции  $V = V(t)$  на этом промежутке. Используя приведённый на рисунке график скорости движения, укажите величину пути, пройденного телом за первые 3 секунды.

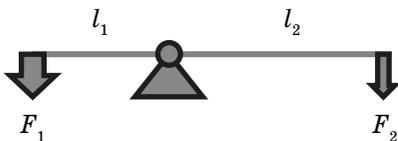


Ответ: \_\_\_\_\_ .

16. Стоимость билета на одну поездку на наземном транспорте в г. Москве составляет 40 рублей, а стоимость билета на 60 поездок составляет 850 рублей. Сколько рублей составит экономия при покупке билета на 60 поездок вместо 60 билетов на одну поездку?

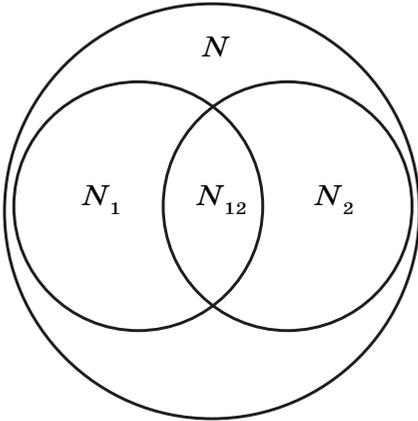
Ответ: \_\_\_\_\_ .

17. К плечам рычага, длины которых равны  $l_1 = 4$  и  $l_2 = 10$ , приложены силы, равные  $F_1$ ,  $F_2$  и удерживающие его в равновесии. Определите отношение величины силы  $F_1$  к величине  $F_2$ .



Ответ: \_\_\_\_\_ .

18. На диаграмме приведены результаты решения двух задач по математике учащимися на олимпиаде. Известно, что общее количество учащихся составило  $N = 100$  человек. Первую из предложенных задач решили  $N_1 = 48$  человек, вторую  $N_2 = 45$  человек.



$N$  — количество участников  
 $N_1$  — решили первую задачу  
 $N_2$  — решили вторую задачу  
 $N_{12}$  — решили обе задачи

Какие из утверждений относительно результатов решения задач верны:

- 1) Найдутся учащиеся, не решившие ни одной из задач.
- 2) Каждую задачу решил хотя бы один учащийся.
- 3) Число учащихся, не решивших ни одной задачи, меньше 5 человек.
- 4) Число учащихся, не решивших ни одной задачи, больше 6 человек.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

19. Из урны, в которой находятся 14 белых, 6 чёрных и 5 красных шаров, наудачу выбирается один шар. Какова вероятность того, что этот шар окажется чёрным?

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

20. Перемещение тела, брошенного с начальной скоростью  $v_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту в горизонтальном направлении, вычисляется по формуле:  $x = v_0 \cdot t \cdot \cos \alpha$ . Рассчитайте перемещение тела в горизонтальном направлении, если  $v_0 = 12$  м/с,  $t = 5$  с,  $\alpha = 60^\circ$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

**Часть 2**

**Модуль «Алгебра»**

21. Сократите дробь  $\frac{3^{n+3} \cdot 7^{n+2}}{21^{n+1}}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

22. Расстояние от пункта  $A$  до пункта  $B$  первый автомобиль проезжает в 1,25 раза быстрее второго автомобиля. Найдите скорость первого автомобиля, если она на 13 км/час больше скорости второго.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

23. Найдите все значения параметра, при каждом из которых уравнение  $x^2 - 5|x| - 2 = a$  имеет ровно три различных решения.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

### Модуль «Геометрия»

24. Стороны параллелограмма  $ABCD$   $AB = 8$ ,  $AD = 6$ . В каждый из треугольников  $ADC$  и  $ACB$  вписаны окружности. Найдите расстояние между точками касания окружностей и диагональю  $AC$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

25. Докажите, что в любом неравнобедренном треугольнике основание биссектрисы, проведённой из вершины угла треугольника, лежит между основанием высоты и основанием медианы, проведённых из той же вершины.

26. В треугольнике  $ABC$  длины сторон  $AB = 10$ ,  $AC = 9$ . На стороне  $AB$  взята точка  $D$  так, что  $BD = 6$ . Точка  $E$  расположена на стороне  $AC$  так, что площадь четырёхугольника  $BCED$  равна  $\frac{4}{5}$  площади треугольника  $ABC$ . Найдите длину отрезка  $CE$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

# ВАРИАНТ 4

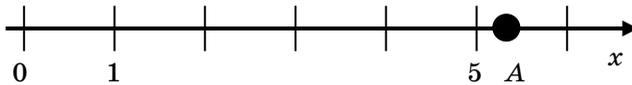
## Часть 1

### Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения  $9\frac{39}{50} : 3 - 3,05$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

2. На координатной прямой отмечена точка  $A$ . Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка  $A$ ? В ответе укажите номер числа.



- 1) 3,75      2)  $\sqrt{17}$       3)  $\sqrt{13}$       4)  $\sqrt{26}$

Ответ: \_\_\_\_\_ .

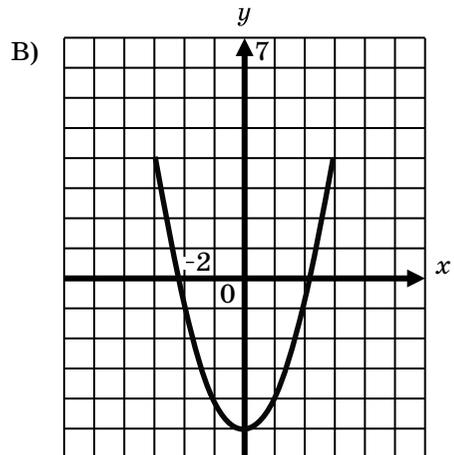
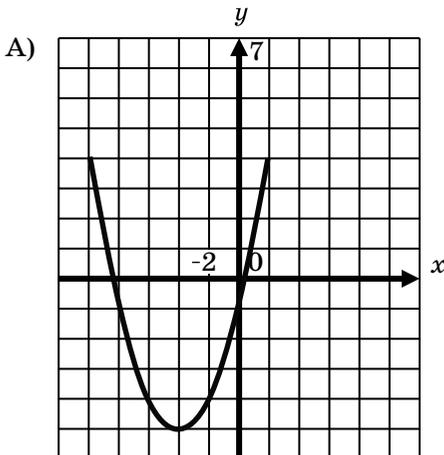
3. Вычислите значение выражения  $\frac{\sqrt{3,4} \cdot \sqrt{11,9}}{\sqrt{0,14}}$ .

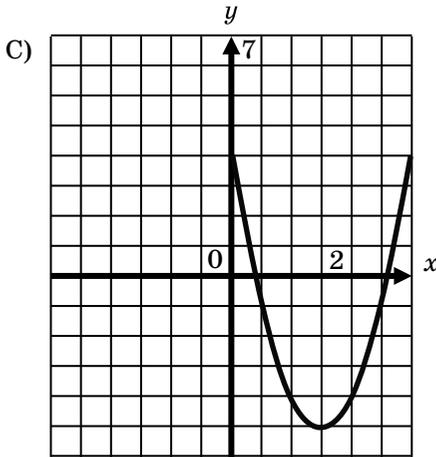
Ответ: \_\_\_\_\_ .

4. Решите уравнение  $\frac{5x+7}{3x-1} = 6$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

5. Установите соответствие между графиками функций, изображённых на рисунке, и формулами, которые их задают.





- 1)  $y = x^2 - 5$   
 2)  $y = (x - 2)^2 - 5$   
 3)  $y = (x + 2)^2 - 5$

В таблице под каждой буквой, соответствующей графику, впишите номер формулы, которая его задаёт.

Ответ:

	А	В	С

6. Конечная числовая последовательность содержит 21 член, первый из которых равен 3, а каждый последующий член, начиная со второго, больше предыдущего на 4. Найдите семнадцатый член последовательности.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

7. Найдите значение выражения  $(a-18)^2 + 72a$ , если  $a = 12$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

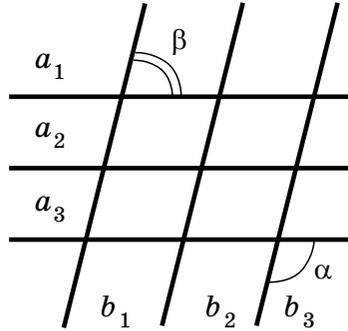
8. Решите систему неравенств  $\begin{cases} 3x+2 > 0 \\ 2x-3 < 0 \end{cases}$

В ответе укажите наибольшее целое решение системы.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

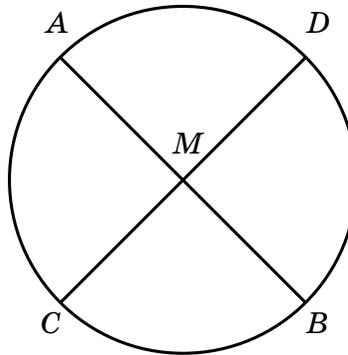
**Модуль «Геометрия»**

9. Прямые  $a_1, a_2, a_3$ , параллельные между собой, пересекаются с параллельными прямыми  $b_1, b_2, b_3$ . Угол  $\beta$ , образованный при пересечении прямых  $a_1$  и  $b_1$ , равен  $36^\circ$ . Чему равен угол  $\alpha$ , образованный при пересечении прямых  $a_3$  и  $b_3$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_ .

10. Хорды  $AB$  и  $CD$  окружности пересекаются в точке  $M$ . Известно, что  $\angle AMC = 138^\circ$ . Мера дуги  $AD$  больше меры дуги  $BC$  на  $24^\circ$  (см. рисунок). Найдите меру дуги  $AD$ .



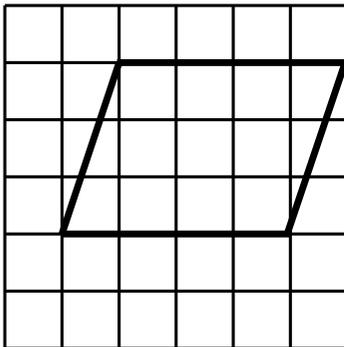
Ответ укажите в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

11. Трапеция, полусумма длин оснований которой равна  $3\sqrt{3}$ , имеет такую же площадь, что и равносторонний треугольник, длина стороны которого равна 6. Найдите высоту трапеции.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

12. Найдите площадь параллелограмма, изображённого на клетчатой бумаге, считая, что сторона клетки равна 1 см. Ответ укажите в  $\text{см}^2$ .



Ответ: \_\_\_\_\_ .

13. Укажите, какие из перечисленных ниже утверждений **верны** для любого треугольника.

- 1) Против большей стороны треугольника лежит меньший его угол.
- 2) Против большего угла треугольника лежит меньшая его сторона.
- 3) Большая медиана треугольника проведена к его меньшей стороне.
- 4) Большая высота треугольника проведена к его меньшей стороне.
- 5) Большая биссектриса треугольника проведена к его меньшей стороне.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

### Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены нормативы по прыжкам со скакалкой за 30 секунд для учащихся девятых классов.

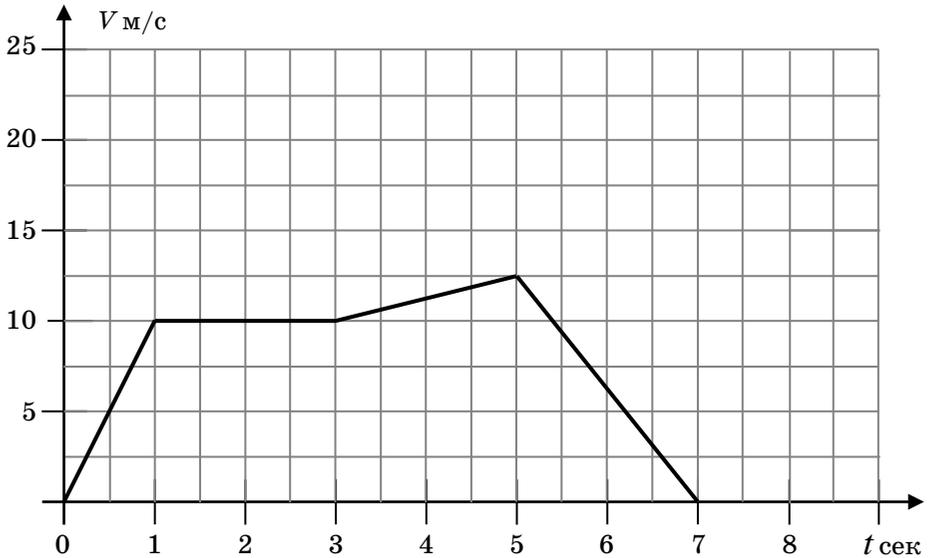
9-й класс	Мальчики			Девочки		
	5	4	3	5	4	3
Прыжки со скакалкой за 30 секунд	60	50	40	65	55	45

Какую оценку получит девушка, сделавшая 68 прыжков?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

15. Путь, пройденный телом за промежуток времени  $t_0 \leq t \leq t_1$ , где  $t_0$  — начало интервала измерения времени движения, а  $t_1$  — его конец, численно равен площади фигуры, ограниченной графиком функции  $V = V(t)$  на этом промежутке. Используя приве-

дѐнный на рисунке график скорости движения, укажите величину пути, пройденного телом за последние 2 секунды.

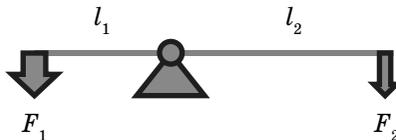


О т в е т : \_\_\_\_\_ .

16. Стоимость единого билета на одну поездку в г. Москве составляет 50 рублей, а стоимость единого билета на 1 сутки составляет 210 рублей. Сколько рублей составит экономия при покупке билета на 1 сутки, если в среднем москвич совершает шесть поездок на транспорте?

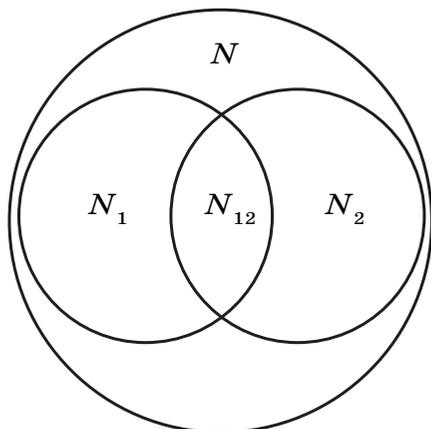
О т в е т : \_\_\_\_\_ .

17. К плечам рычага, длины которых равны  $l_1 = 8$  и  $l_2 = 14$ , приложены силы, равные  $F_1, F_2$  и удерживающие его в равновесии. Определите отношение величины силы  $F_1$  к величине  $F_2$ .



О т в е т : \_\_\_\_\_ .

18. На диаграмме приведены результаты решения двух задач по математике учащимися на олимпиаде. Известно, что общее количество учащихся составило  $N = 100$  человек. Первую из предложенных задач решили  $N_1 = 73$  человека, вторую  $N_2 = 50$  человек.



$N$  — количество участников  
 $N_1$  — решили первую задачу  
 $N_2$  — решили вторую задачу  
 $N_{12}$  — решили обе задачи

Какие из утверждений относительно результатов решения задач верны:

- 1) Найдутся учащиеся, которые решили обе задачи.
- 2) Каждую задачу решил хотя бы один учащийся.
- 3) Число учащихся, решивших обе задачи, больше 20 человек.
- 4) Число учащихся, решивших обе задачи, 20 человек.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

19. Из урны, в которой находятся 11 белых, 7 чёрных и 7 красных шаров, наудачу выбирается один шар. Какова вероятность того, что этот шар окажется красным?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

20. Максимальная высота подъёма тела, брошенного с начальной скоростью  $v_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту, находится по формуле  $H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ , где  $g \approx 10$  м/с<sup>2</sup> ускорение свободного падения.

Рассчитайте максимальную высоту подъёма тела, брошенного с начальной скоростью  $v_0 = 15$  м/с под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

## Часть 2

### Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь  $\frac{75^{n+3}}{3^{n+1} \cdot 5^{2n+8}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

22. Расстояние от пункта  $A$  до пункта  $B$  первый автомобиль проезжает в  $1\frac{2}{7}$  раза быстрее второго автомобиля. Найдите скорость второго автомобиля, если она на 14 км/час меньше скорости первого.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

23. Найдите все значения параметра, при каждом из которых уравнение  $x^2 - 7|x| + 3 = a$  имеет ровно три различных решения.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

### Модуль «Геометрия»

24. Стороны параллелограмма  $ABCD$   $AB = 10$ ,  $AD = 6$ . В каждый из треугольников  $ADC$  и  $ACB$  вписаны окружности. Найдите расстояние между точками касания окружностей и диагональю  $AC$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

25. Докажите, что в любом неравнобедренном треугольнике биссектриса проходит между высотой и медианой, проведёнными из той же вершины.

26. В треугольнике  $ABC$  длины сторон  $AB = 13$ ,  $AC = 8$ . На стороне  $AB$  взята точка  $D$  так, что  $BD = 3$ . Точка  $E$  расположена на стороне  $AC$  так, что площадь четырёхугольника  $BCED$  равна  $\frac{8}{13}$  площади треугольника  $ABC$ . Найдите длину отрезка  $CE$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

## ВАРИАНТ 5

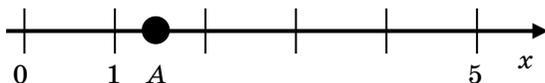
### Часть 1

#### Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения  $2\frac{5}{72} \cdot 9 - 18,75$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

2. На координатной прямой отмечена точка  $A$ . Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка  $A$ ? В ответе укажите номер числа.



- 1)  $\sqrt{3}$       2)  $\sqrt{5}$       3)  $\sqrt{7}$       4)  $\sqrt{11}$

Ответ: \_\_\_\_\_ .

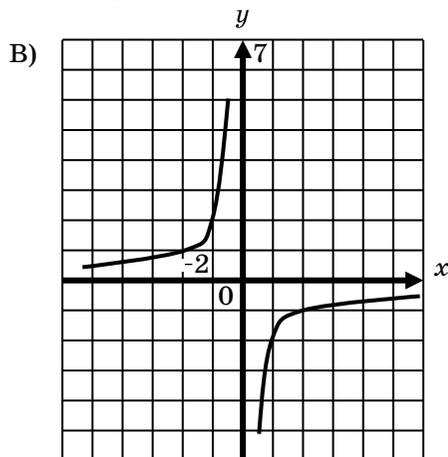
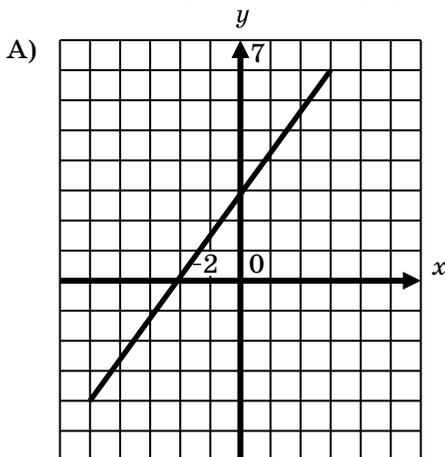
3. Вычислите значение выражения  $\frac{\sqrt{4,5} \cdot \sqrt{10,5}}{\sqrt{0,21}}$ .

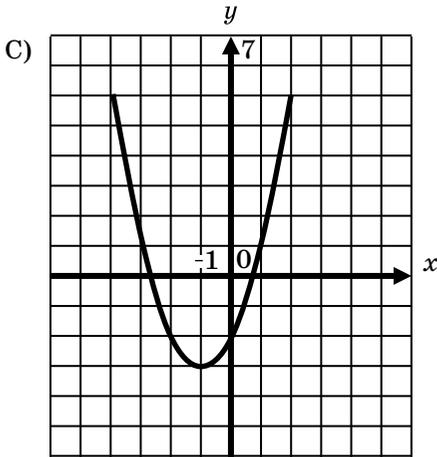
Ответ: \_\_\_\_\_ .

4. Решите уравнение  $\frac{4x+10}{3x-1} = 7$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

5. Установите соответствие между графиками функций, изображённых на рисунке, и формулами, которые их задают.





- 1)  $y = x^2 + 2x - 2$
- 2)  $y = -\frac{2}{x}$
- 3)  $y = 1,5x + 3$

В таблице под каждой буквой, соответствующей графику, впишите номер формулы, которая его задаёт.

О т в е т :

А	В	С

6. Конечная числовая последовательность содержит 23 члена, первый из которых равен 5, а каждый последующий член, начиная со второго, меньше предыдущего на 2. Найдите двадцать третий член последовательности.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

7. Найдите значение выражения  $(a - 56)^2 + 224a$ , если  $a = 44$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

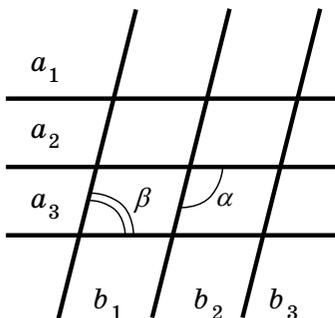
8. Решите систему неравенств  $\begin{cases} 5x + 3 > 0 \\ 3x - 5 < 0 \end{cases}$

В ответе укажите наибольшее целое решение системы.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

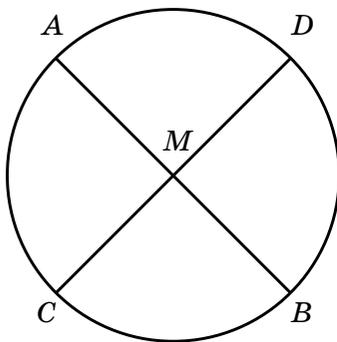
## Модуль «Геометрия»

9. Прямые  $a_1, a_2, a_3$ , параллельные между собой, пересекаются с параллельными прямыми  $b_1, b_2, b_3$ . Угол  $\beta$ , образованный при пересечении прямых  $a_3$  и  $b_1$ , равен  $45^\circ$ . Чему равен угол  $\alpha$ , образованный при пересечении прямых  $a_2$  и  $b_2$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_ .

10. Хорды  $AB$  и  $CD$  окружности пересекаются в точке  $M$ . Известно, что  $\angle AMC = 119^\circ$ . Мера дуги  $BC$  меньше меры дуги  $AD$  на  $22^\circ$  (см. рисунок). Найдите меру дуги  $BC$ . Ответ укажите в градусах.

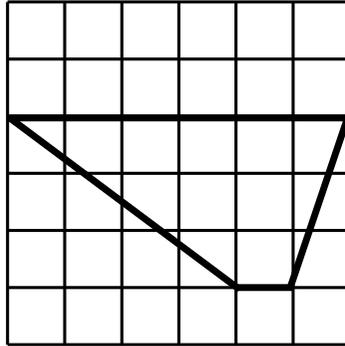


Ответ: \_\_\_\_\_ .

11. Ромб, диагонали которого равны 4 и 3,5, имеет такую же площадь, что и треугольник, высота которого равна  $\frac{5}{7}$ . Найдите длину стороны треугольника, к которой проведена высота.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

12. Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге, считая, что сторона клетки равна 1 см. Ответ укажите в см<sup>2</sup>.



О т в е т : \_\_\_\_\_ .

13. Укажите, какие из перечисленных ниже утверждений **верны** для любого треугольника.

- 1) Медианы треугольника пересекаются в одной точке.
- 2) Медианы треугольника делятся точкой пересечения в отношении 1:2, считая от вершины.
- 3) Медианы треугольника разделяют его на 6 равновеликих частей.
- 4) Сумма длин медиан треугольника больше его полупериметра.
- 5) Медиана треугольника меньше любой стороны треугольника.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

**Модуль «Реальная математика»**

14. В таблице приведены нормативы по подниманию туловища за 30 секунд для учащихся девятых классов.

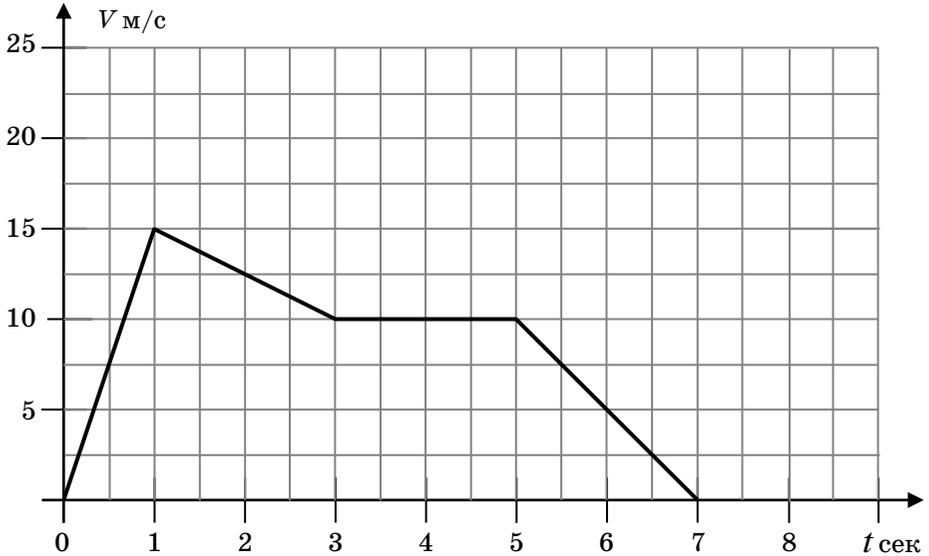
9-й класс	Мальчики			Девочки		
	5	4	3	5	4	3
Поднимание туловища за 30 секунд	26	21	18	23	20	17

Какую оценку получит юноша, сделавший 24 поднимания?

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

15. Путь, пройденный телом за промежуток времени  $t_0 \leq t \leq t_1$ , где  $t_0$  — начало интервала измерения времени движения, а  $t_1$  — его конец, численно равен площади фигуры, ограниченной графиче-

ком функции  $V = V(t)$  на этом промежутке. Используя приведённый на рисунке график скорости движения, укажите величину пути, пройденного телом за последние 4 секунды.

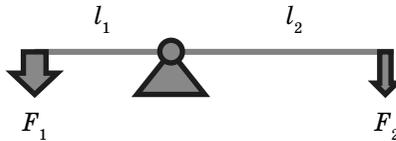


Ответ: \_\_\_\_\_ .

16. Стоимость единого билета на пять поездок на общественном транспорте в г. Москве составляет 180 рублей, а стоимость единого билета на 40 поездок составляет 1160 рублей. Сколько рублей составит экономия при покупке билета на 40 поездок вместо билетов на пять поездок?

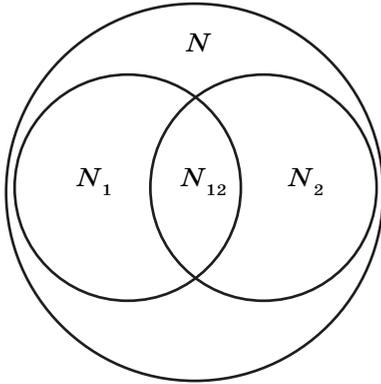
Ответ: \_\_\_\_\_ .

17. К плечам рычага, длины которых равны  $l_1 = 8$  и  $l_2 = 12$ , приложены силы, равные  $F_1$ ,  $F_2$  и удерживающие его в равновесии. Определите величину силы  $F_1$ , если  $F_2 = 10\text{Н}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_ .

18. На диаграмме приведены результаты решения двух задач по математике учащимися на олимпиаде. Известно, что общее количество учащихся составило  $N = 100$  человек. Первую из предложенных задач решили  $N_1 = 73$  человека, вторую  $N_2 = 50$  человек.



$N$  — количество участников  
 $N_1$  — решили первую задачу  
 $N_2$  — решили вторую задачу  
 $N_{12}$  — решили обе задачи

Какие из утверждений относительно результатов решения задач верны:

- 1) Найдутся учащиеся, которые решили обе задачи.
- 2) Каждую задачу решил хотя бы один учащийся.
- 3) Обязательно найдутся учащиеся, не решившие ни одной задачи.
- 4) Число учащихся, не решивших ни одной задачи, может быть равно 25.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

19. Из урны, в которой находятся 11 белых, 7 чёрных, 6 красных и 6 синих шаров, наудачу выбирается один шар. Какова вероятность того, что этот шар окажется синим?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

20. При упругом лобовом соударении два тела, массы которых равны  $m_1 = 3$  кг,  $m_2 = 2$  кг и которые двигались со скоростями, равными соответственно  $v_1 = 5$  м/с,  $v_2 = 3$  м/с, разлетаются и начинают двигаться со скоростями  $v'_1, v'_2$ , задаваемыми формулами:  $v'_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}$ ,  $v'_2 = \frac{(m_1 - m_2)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}$ . Рассчитайте скорость первого тела после соударения.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

**Часть 2**

**Модуль «Алгебра»**

21. Сократите дробь  $\frac{33^{n+2} \cdot 3^{-n+1}}{11^{n+1}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

22. Катер прошёл против течения реки 8 км и вернулся обратно, затратив на обратный путь на  $\frac{1}{3}$  часа меньше, чем против течения. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 2 км/час.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

23. Найдите все значения параметра, при каждом из которых уравнение  $x^2 - 7|x| - 12 = a$  имеет ровно три различных решения.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

### Модуль «Геометрия»

24. В равнобедренной трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD = 12$ ,  $BC = 6$  и боковой стороной  $AB = 5$  проведена диагональ  $BD$ . В каждый из треугольников  $ABD$  и  $CBD$  вписаны окружности. Найдите расстояние между точками касания окружностей и диагональю  $BD$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

25. Докажите, что длина биссектрисы угла неравнобедренного треугольника больше длины высоты, но меньше длины медианы треугольника, проведённых из той же вершины.

26. В треугольнике  $ABC$  длины сторон  $AB = 30$ ,  $AC = 24$ . На стороне  $AB$  взята точка  $D$  так, что  $BD = 18$ . Точка  $E$  расположена на стороне  $AC$  так, что площадь четырёхугольника  $BCED$  равна  $\frac{11}{15}$  площади треугольника  $ABC$ . Найдите длину отрезка  $CE$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

## ВАРИАНТ 6

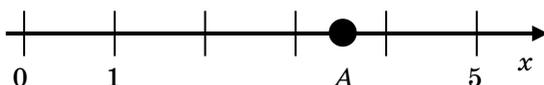
### Часть 1

#### Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения  $3,618:1,8-2,1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

2. На координатной прямой отмечена точка  $A$ . Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка  $A$ ? В ответе укажите номер числа.



- 1)  $\sqrt{3}$       2)  $\sqrt{5}$       3)  $\sqrt{7}$       4)  $\sqrt{11}$

Ответ: \_\_\_\_\_ .

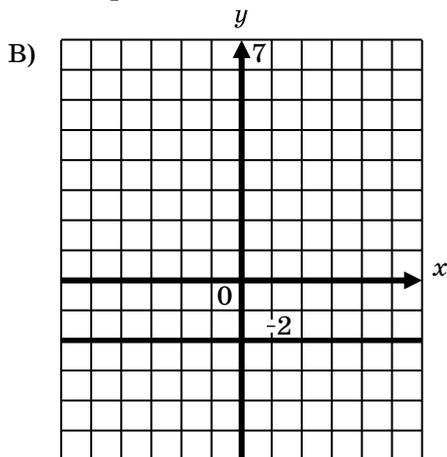
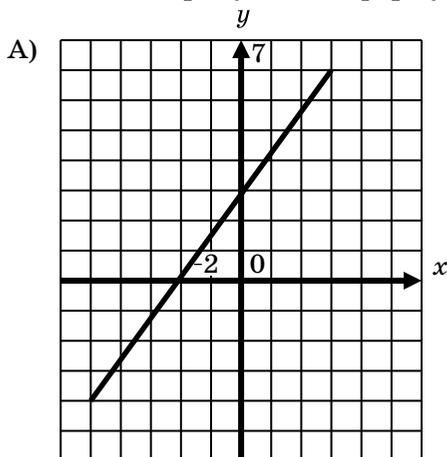
3. Вычислите значение выражения  $\frac{\sqrt{5,6} \cdot \sqrt{7,7}}{\sqrt{0,88}}$ .

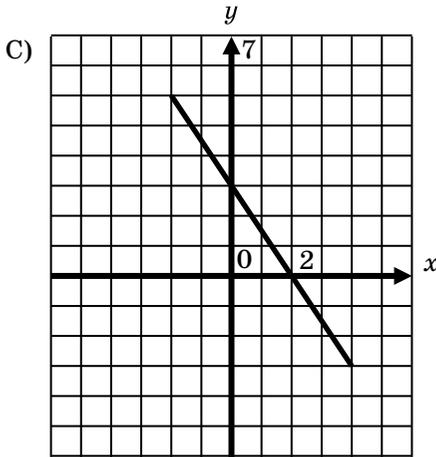
Ответ: \_\_\_\_\_ .

4. Решите уравнение  $\frac{5x-1}{2x+3} = 5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

5. Установите соответствие между графиками функций, изображённых на рисунке, и формулами, которые их задают.





1)  $y = -2$

2)  $y = -\frac{3}{2}x + 3$

3)  $y = \frac{3}{2}x + 3$

В таблице под каждой буквой, соответствующей графику, впишите номер формулы, которая его задаёт.

Ответ:

A	B	C

6. Конечная числовая последовательность содержит 7 членов, первый из которых равен 729, а каждый последующий член, начиная со второго, меньше предыдущего в три раза. Найдите седьмой член последовательности.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

7. Найдите значение выражения  $(a+13)^2 - 52a$ , если  $a = 23$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

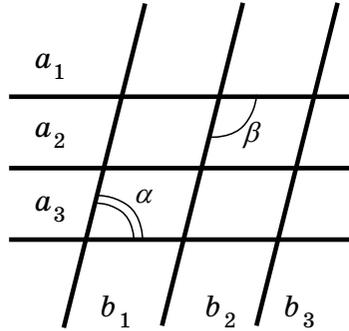
8. Решите систему неравенств  $\begin{cases} 5x+12 > 0 \\ 3x+1 < 0 \end{cases}$

В ответе укажите наименьшее целое решение системы.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

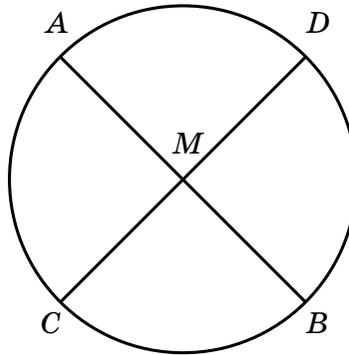
Модуль «Геометрия»

9. Прямые  $a_1, a_2, a_3$ , параллельные между собой, пересекаются с параллельными прямыми  $b_1, b_2, b_3$ . Угол  $\beta$ , образованный при пересечении прямых  $a_1$  и  $b_2$ , равен  $145^\circ$ . Чему равен угол  $\alpha$ , образованный при пересечении прямых  $a_3$  и  $b_1$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_ .

10. Хорды  $AB$  и  $CD$  окружности пересекаются в точке  $M$ . Известно, что  $\angle AMC = 120^\circ$ . Мера дуги  $BC$  меньше меры дуги  $AD$  на  $22^\circ$  (см. рисунок). Найдите меру дуги  $BC$ . Ответ укажите в градусах.

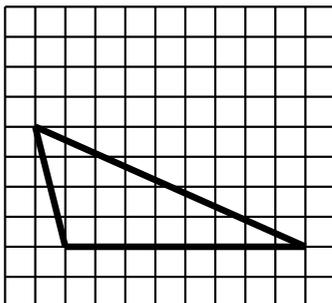


Ответ: \_\_\_\_\_ .

11. Высота параллелограмма имеет длину, равную  $5\sqrt{6}$ . Равнобедренный треугольник, боковая сторона которого равна 7, а высота, проведённая к основанию, равна 5, имеет такую же площадь, что и параллелограмм. Найдите длину стороны параллелограмма, к которой проведена высота.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

12. Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге, считая, что сторона клетки равна 1 см. Ответ укажите в  $\text{см}^2$ .



Ответ: \_\_\_\_\_ .

13. Укажите, какие из перечисленных ниже утверждений **верны** для любого треугольника.

- 1) Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке.
- 2) Точка пересечения биссектрис делит каждую из них в отношении, равном отношению суммы длин сторон, её заключающих, к длине стороны, к которой она проведена.
- 3) Биссектриса угла треугольника меньше среднего геометрического длин сторон, её заключающих.
- 4) Меньшая биссектриса треугольника проведена к меньшей стороне.
- 5) Квадрат суммы длин биссектрис треугольника меньше утроенного квадрата полупериметра треугольника.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

### Модуль «Реальная математика»

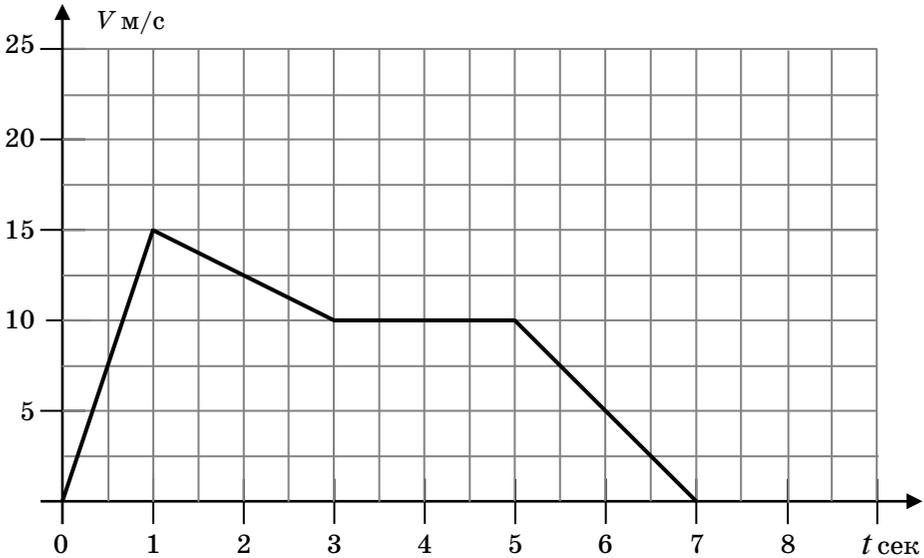
14. В таблице приведены нормативы по метанию мяча на дальность для учащихся девятых классов.

9-й класс	Мальчики			Девочки		
	5	4	3	5	4	3
Метание мяча на дальность (метр)	40	35	31	35	26	20

Какую оценку получит юноша, метнувший мяч на 48,5 метра?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

15. Путь, пройденный телом за промежуток времени  $t_0 \leq t \leq t_1$ , где  $t_0$  — начало интервала измерения времени движения, а  $t_1$  — его конец, численно равен площади фигуры, ограниченной графиком функции  $V = V(t)$  на этом промежутке. Используя приведенный на рисунке график скорости движения, укажите величину пути, пройденного телом за первые 3 секунды.

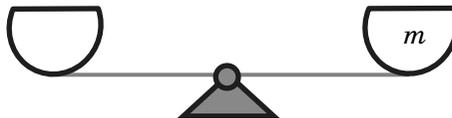


Ответ: \_\_\_\_\_ .

16. Стоимость единого билета на пять поездок на общественном транспорте в г. Москве составляет 180 рублей, а стоимость единого билета на 60 поездок составляет 1400 рублей. Сколько рублей составит экономия при покупке билета на 60 поездок вместо билетов на пять поездок?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

17. На рычажных весах с равными плечами хотят уравновесить массу, равную  $m = 17$  г. В распоряжении имеется набор гирь весом 1, 2, 3, 5, 8, 13 г. Укажите набор необходимых гирь. В ответе запишите число, состоящее из весов гирь, расположенных в возрастающем порядке. Если решений несколько, укажите набор, содержащий меньшее количество гирь.



Ответ: \_\_\_\_\_ .

18. Четыре бабочки сидят в ряд. Две из них синие, одна серая и одна красная. Известно, что:

— слева от серой бабочки сидит максимум одна синяя бабочка;  
— красная бабочка не сидит с края.

Какое из утверждений обязательно верно:

- 1) Третья справа бабочка — серая.
- 2) Первая справа бабочка — синяя.
- 3) Вторая справа бабочка — серая.
- 4) Первая слева бабочка — синяя.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

19. Из урны, в которой находятся 12 белых и 8 чёрных шаров, последовательно вынимают шары. Какова вероятность того, что второй вынутый шар окажется белым? Шары обратно не возвращаются.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

20. При упругом лобовом соударении два тела, массы которых равны  $m_1 = 4$  кг,  $m_2 = 1$  кг и которые двигались со скоростями, равными соответственно  $v_1 = 6$  м/с,  $v_2 = 5$  м/с, разлетаются и начинают двигаться со скоростями  $v'_1, v'_2$ , задаваемыми формулами:  $v'_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}$ ,  $v'_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}$ . Рассчитайте скорость второго тела после соударения.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

## Часть 2

### Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь  $\frac{54^{n+5}}{3^{3n+12} \cdot 2^{n+6}}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

22. Катер прошёл против течения реки 36 км и вернулся обратно, затратив на обратный путь на  $\frac{1}{2}$  часа меньше, чем против течения. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 3 км/час.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

23. Найдите все значения параметра, при каждом из которых уравнение  $|x^2 - 2ax| = a$  имеет ровно три различных решения.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

**Модуль «Геометрия»**

24. В равнобедренной трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD = 13$ ,  $BC = 7$  и боковой стороной  $AB = 5$  проведена диагональ  $BD$ . В каждый из треугольников  $ABD$  и  $CBD$  вписаны окружности. Найдите расстояние между точками касания окружностей и диагональю  $BD$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

25. Точки  $D$ ,  $E$ ,  $F$  — середины сторон  $AC$ ,  $AB$ ,  $BC$  треугольника  $ABC$ ,  $BG$  — высота треугольника  $ABC$ . Докажите, что  $\angle EGF = \angle EDF$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

26. Найдите боковую сторону равнобедренной трапеции, если острый угол при основании трапеции равен  $60^\circ$ , площадь трапеции равна  $288\sqrt{3}$ , а в трапецию можно вписать окружность.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

## ВАРИАНТ 7

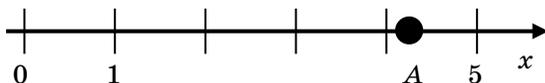
### Часть 1

#### Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения  $4\frac{7}{15} : 2 - \frac{7}{120}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

2. На координатной прямой отмечена точка  $A$ . Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка  $A$ ? В ответе укажите номер числа.



- 1)  $\sqrt{5}$       2)  $\sqrt{11}$       3)  $\sqrt{13}$       4)  $\sqrt{19}$

Ответ: \_\_\_\_\_ .

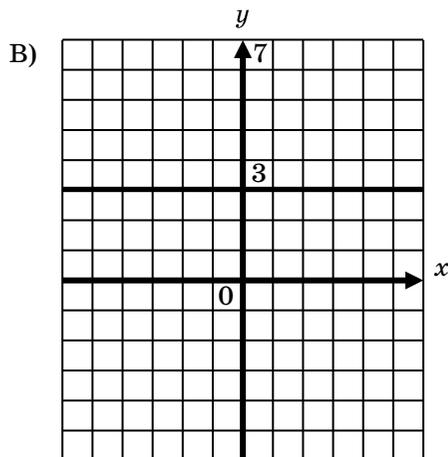
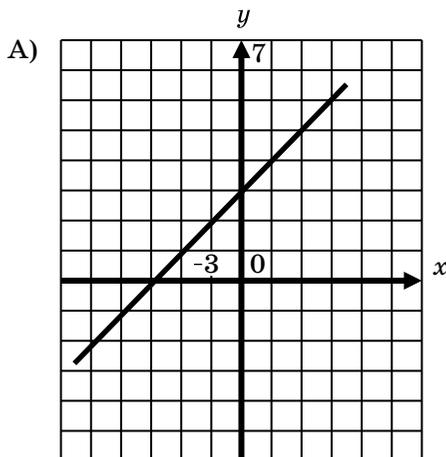
3. Вычислите значение выражения  $\frac{\sqrt{5,6} \cdot \sqrt{4,8}}{\sqrt{0,42}}$ .

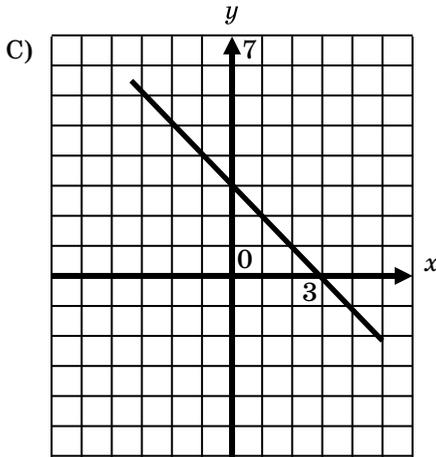
Ответ: \_\_\_\_\_ .

4. Решите уравнение  $\frac{2x+33}{5x-2} = 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

5. Установите соответствие между графиками функций, изображённых на рисунке, и формулами, которые их задают.





- 1)  $y = 3$
- 2)  $y = -x + 3$
- 3)  $y = x + 3$

В таблице под каждой буквой, соответствующей графику, впишите номер формулы, которая его задаёт.

О т в е т :

А	В	С

6. Конечная числовая последовательность содержит 7 членов, первый из которых равен  $\frac{1}{32}$ , а каждый последующий член, начиная со второго, больше предыдущего в два раза. Найдите шестой член последовательности.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

7. Найдите значение выражения  $(a+34)^2 - 136a$ , если  $a = 49$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

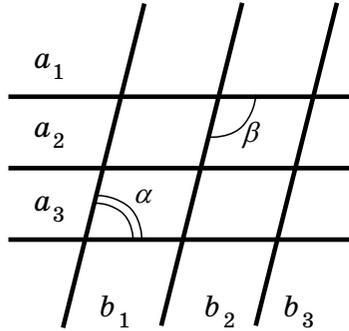
8. Решите систему неравенств  $\begin{cases} 7x+15 > 0 \\ 15x-7 < 0 \end{cases}$

В ответе укажите наименьшее целое решение системы.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

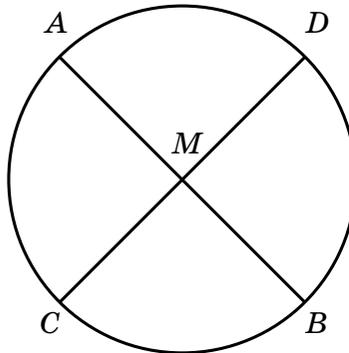
## Модуль «Геометрия»

9. Прямые  $a_1, a_2, a_3$ , параллельные между собой, пересекаются с параллельными прямыми  $b_1, b_2, b_3$ . Угол  $\alpha$ , образованный при пересечении прямых  $a_3$  и  $b_1$ , равен  $58^\circ$ . Чему равен угол  $\beta$ , образованный при пересечении прямых  $a_1$  и  $b_2$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_ .

10. Хорды  $AB$  и  $CD$  окружности пересекаются в точке  $M$ . Известно, что  $\angle AMC = 125^\circ$ . Мера дуги  $BC$  меньше меры дуги  $AD$  на  $14^\circ$  (см. рисунок). Найдите меру дуги  $BC$ . Ответ укажите в градусах.

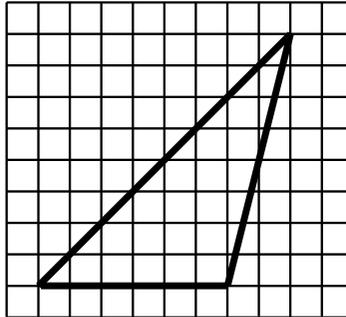


Ответ: \_\_\_\_\_ .

11. Ромб, диагонали которого имеют длины, равные 6 и 4,8, имеет ту же площадь, что и треугольник, высота которого равна стороне, к которой она проведена. Найдите боковую сторону треугольника.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

12. Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге, считая, что сторона клетки равна 1 см. Ответ укажите в  $\text{см}^2$ .



Ответ: \_\_\_\_\_ .

13. Укажите, какие из перечисленных ниже утверждений **верны** для любого треугольника.
- 1) Площадь треугольника не больше половины произведения двух любых его сторон.
  - 2) Площадь треугольника не больше одной четверти суммы квадратов двух любых его сторон.
  - 3) Площадь треугольника меньше одной шестой суммы всех попарных произведений его сторон.
  - 4) Площадь треугольника больше половины квадрата среднего арифметического двух любых его сторон.
  - 5) Площадь треугольника меньше одной шестой суммы квадратов всех его сторон.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

### Модуль «Реальная математика»

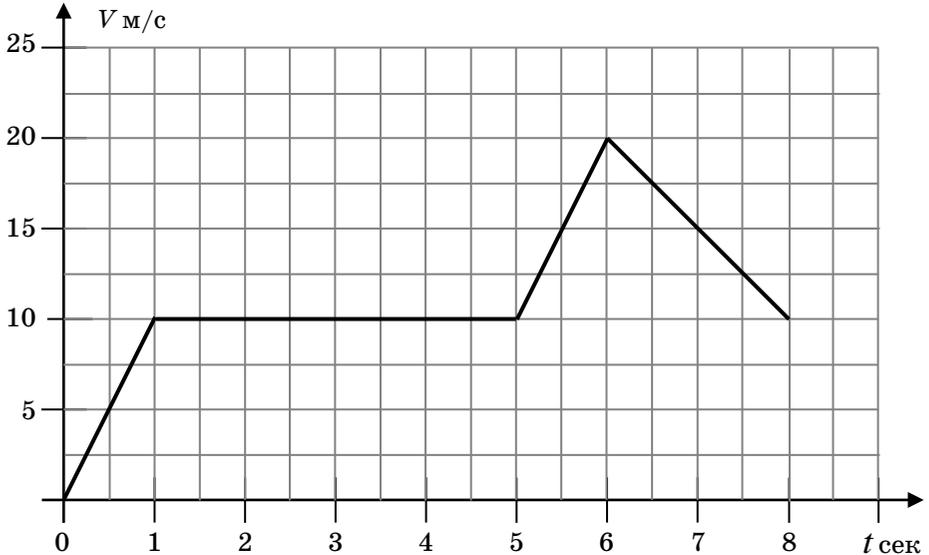
14. В таблице приведены нормативы по прыжкам в беге на 1000 метров для учащихся девятых классов.

9-й класс	Мальчики			Девочки		
	5	4	3	5	4	3
Бег 1000 м (мин в сек)	3,40	4,00	5,00	4,20	4,40	5,30

Какую оценку получит юноша, преодолевший дистанцию за 3 минуты 38 секунд?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

15. Путь, пройденный телом за промежуток времени  $t_0 \leq t \leq t_1$ , где  $t_0$  — начало интервала измерения времени движения, а  $t_1$  — его конец, численно равен площади фигуры, ограниченной графиком функции  $V = V(t)$  на этом промежутке. Используя приведённый на рисунке график скорости движения, укажите, какое расстояние было пройдено за 8 секунд.

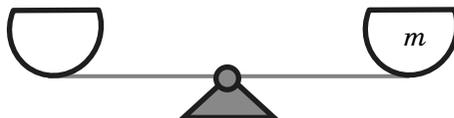


Ответ: \_\_\_\_\_ .

16. Стоимость разовой поездки на электричке Москва—Волоколамск составляет 266 рублей. Стоимость абонемента на 10 дней, позволяющего совершать две поездки из Москвы в Волоколамск и обратно, составляет 2885 рублей. Сколько рублей можно сэкономить, если купить абонемент на 10 дней?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

17. На рычажных весах с равными плечами хотят уравновесить массу, равную  $m = 28$  г. В распоряжении имеется набор гирь весом 1, 2, 3, 5, 8, 13 г. Укажите набор необходимых гирь. В ответе запишите число, состоящее из весов гирь, расположенных в возрастающем порядке. Если решений несколько, укажите набор, содержащий меньшее количество гирь.



Ответ: \_\_\_\_\_ .

18. Слон, тигр, бегемот, жираф и осёл шагают друг за другом по дороге в каком-то порядке. Известно, что слон и осёл не идут друг за другом и оба не находятся рядом с бегемотом.

Какое из утверждений обязательно верно:

- 1) Жираф и тигр не идут с краю.
- 2) Бегемот находится строго в середине.
- 3) Бегемот идёт рядом с тигром.
- 4) Осёл идёт крайним.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

19. На карточках выписаны двузначные числа. Найти вероятность того, что на выбранной карточке окажется число, цифры которого одинаковы.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

20. При неупругом соударении двух тел тела деформируются в месте соприкосновения, а затем начинают двигаться с общей скоростью, которую можно рассчитать по формуле:  $v_0 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$ .

Рассчитайте скорость тел, массы которых равны  $m_1 = 4$  кг,  $m_2 = 1$  кг и которые двигались со скоростями, равными соответственно  $v_1 = 6$  м/с,  $v_2 = 5$  м/с, после неупругого соударения.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

## Часть 2

### Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь  $\frac{36^{n+6}}{4^{n+7} \cdot 9^{n+5}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

22. Катер прошёл против течения реки 24 км и вернулся обратно, затратив на обратный путь на  $\frac{2}{3}$  часа меньше, чем против течения. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 3 км/час.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

23. Найдите все значения параметра, при каждом из которых уравнение  $|x^2 - 6ax| = 81a$  имеет ровно три различных решения.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

## Модуль «Геометрия»

24. В равнобедренной трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD = 14$ ,  $BC = 6$  и боковой стороной  $AB = 6$  проведена диагональ  $AC$ . В каждый из треугольников  $ADC$  и  $ACB$  вписаны окружности. Найдите расстояние между точками касания окружностей и диагональю  $AC$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

25. В прямоугольном треугольнике  $ABC$ ,  $\angle C = 90^\circ$ . Точки  $D$  и  $E$  принадлежат гипотенузе треугольника, причём  $BC = BD$ ,  $AC = AE$ . Из точек  $D$  и  $E$  проводятся перпендикуляры к катетам:  $DG \perp AC$ ,  $EF \perp BC$ . Докажите, что  $DE = DG + EF$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

26. Точка касания окружности, вписанной в равнобедренную трапецию, делит боковую сторону трапеции на отрезки, равные 12 и 48. Найдите площадь трапеции.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

## ВАРИАНТ 8

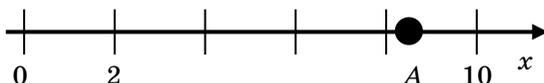
### Часть 1

#### Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения  $1,854 : 1\frac{4}{5} - \frac{3}{2} \cdot 2,02$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

2. На координатной прямой отмечена точка  $A$ . Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка  $A$ ? В ответе укажите номер числа.



- 1)  $\sqrt{55}$       2)  $\sqrt{41}$       3)  $\sqrt{63}$       4)  $\sqrt{65}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

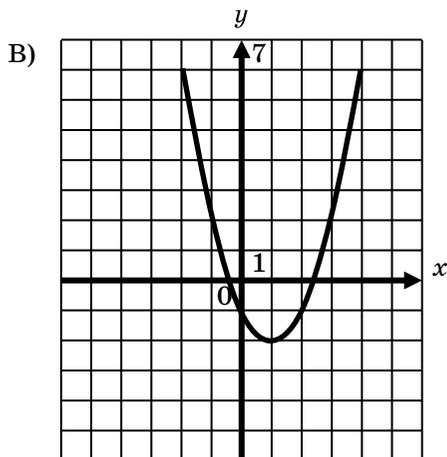
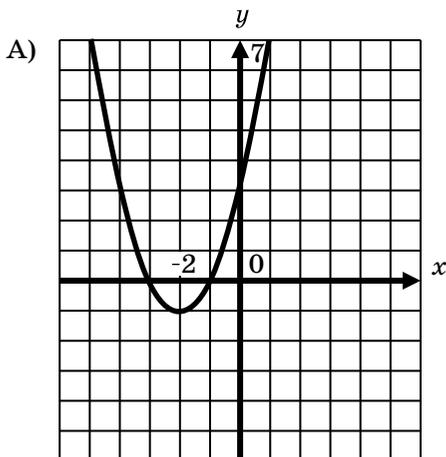
3. Вычислите значение выражения  $\frac{\sqrt{9,1} \cdot \sqrt{14,3}}{\sqrt{0,77}}$ .

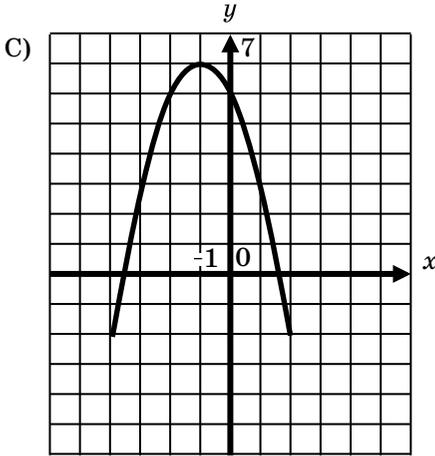
Ответ: \_\_\_\_\_.

4. Решите уравнение  $\frac{5x-1}{3x+1} = 5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Установите соответствие между графиками функций, изображённых на рисунке, и формулами, которые их задают.





- 1)  $y = x^2 - 2x - 1$   
 2)  $y = -x^2 + 2x + 6$   
 3)  $y = x^2 + 4x + 3$

В таблице под каждой буквой, соответствующей графику, впишите номер формулы, которая его задаёт.

Ответ:

A	B	C

6. Конечная числовая последовательность содержит 10 членов, первый из которых равен 1, а каждый последующий член, начиная со второго, больше предыдущего в два раза. Найдите шестой член последовательности.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

7. Найдите значение выражения  $\frac{a^2 - 289}{a - 17}$ , если  $a = 13$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

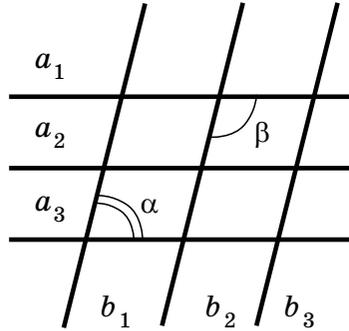
8. Решите систему неравенств  $\begin{cases} 8x + 25 > 0 \\ 5x - 8 < 0 \end{cases}$

В ответе укажите наименьшее целое решение системы.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

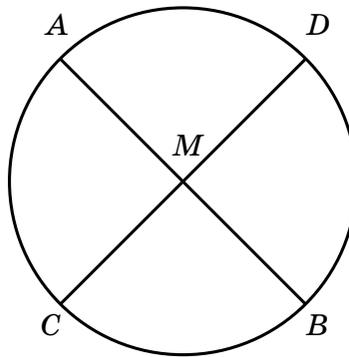
Модуль «Геометрия»

9. Прямые  $a_1, a_2, a_3$ , параллельные между собой, пересекаются с параллельными прямыми  $b_1, b_2, b_3$ . Угол  $\beta$ , образованный при пересечении прямых  $a_1$  и  $b_2$ , на  $110^\circ$  больше угла  $\alpha$ , образованного при пересечении прямых  $a_3$  и  $b_1$ . Чему равен угол  $\alpha$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_ .

10. Хорды  $AB$  и  $CD$  окружности пересекаются в точке  $M$ . Известно, что  $\angle AMC = 122^\circ$ . Мера дуги  $BC$  меньше меры дуги  $AD$  на  $22^\circ$  (см. рисунок). Найдите меру дуги  $BC$ . Ответ укажите в градусах.

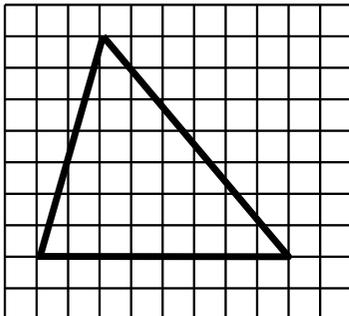


Ответ: \_\_\_\_\_ .

11. Параллелограмм, основание которого имеет длину, равную 27, а высота, проведённая к основанию, равна 3, имеет такую же площадь, что и равнобедренный прямоугольный треугольник. Найдите длину гипотенузы треугольника.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

12. Найдите площадь фигуры, изображённой на клетчатой бумаге, считая, что сторона клетки равна 1 см. Ответ укажите в см<sup>2</sup>.



Ответ: \_\_\_\_\_ .

13. Укажите, какие из перечисленных ниже утверждений **верны**.

- 1) Если диагонали четырёхугольника равны, то он прямоугольник.
- 2) Если диагонали четырёхугольника равны, то он ромб.
- 3) Если диагонали четырёхугольника перпендикулярны, то он ромб.
- 4) Если диагонали четырёхугольника равны и точкой пересечения делятся пополам, то он параллелограмм.
- 5) Если диагонали четырёхугольника перпендикулярны и точкой пересечения делятся пополам, то он ромб.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

### Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены нормативы по бегу на 60 метров для учащихся девятых классов.

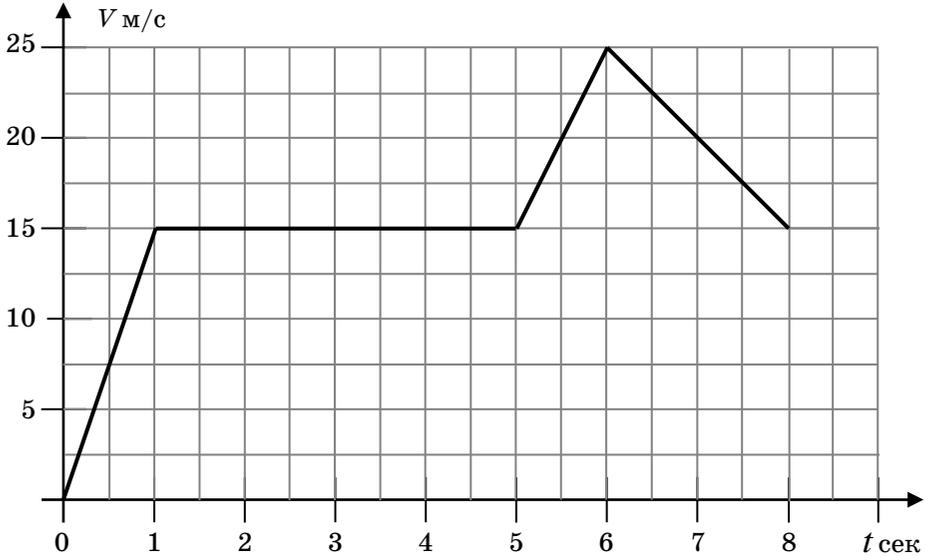
9-й класс	Мальчики			Девочки		
	5	4	3	5	4	3
Бег 60 м (сек)	8,4	9,2	10,6	9,4	10,0	11,2

Какую оценку получит девушка, пробежавшая дистанцию за 10,5 секунды?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

15. Путь, пройденный телом за промежуток времени  $t_0 \leq t \leq t_1$ , где  $t_0$  — начало интервала измерения времени движения, а  $t_1$  — его конец, численно равен площади фигуры, ограниченной графиче-

ком функции  $V = V(t)$  на этом промежутке. Используя приведённый на рисунке график скорости движения, укажите, через сколько секунд после начала движения пройденный путь был равен 87,5 м.

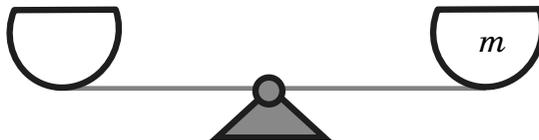


Ответ: \_\_\_\_\_ .

16. Стоимость разовой поездки на электричке Москва—Истра составляет 133 рубля. Стоимость абонемента на 20 дней, позволяющего совершать две поездки из Москвы в Истру и обратно, составляет 2000 рублей. Сколько рублей можно сэкономить, если купить абонемент на 20 дней?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

17. На рычажных весах с равными плечами хотят уравновесить массу, равную  $m = 50$  г. В распоряжении имеется набор гирь весом 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 г. Укажите набор необходимых гирь. В ответе запишите число, состоящее из весов гирь, расположенных в возрастающем порядке. Если решений несколько, укажите набор, содержащий меньшее количество гирь.



Ответ: \_\_\_\_\_ .

18. Послезавтра исполнится три дня с того дня, когда Олег узнал, что через два дня он должен встретиться с Иваном. Задним числом выяснилось, что встреча произошла на день раньше намеченного.

Какое из утверждений верно:

- 1) Встреча произошла сегодня.
- 2) Встреча будет завтра.
- 3) Встреча произошла вчера.
- 4) Встреча произошла позавчера.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

19. На карточках выписаны двузначные числа. Найти вероятность того, что на выбранной карточке окажется число, делящееся на 5.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

20. Математический маятник представляет собой точечную массу, подвешенную на невесомой нити длины  $l$ . Период колебания маятника можно вычислить по формуле:  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ , где  $g \approx 10$  м/с<sup>2</sup> — ускорение свободного падения,  $\pi \approx 3,14$ . Рассчитайте период колебания математического маятника, если длина нити подвеса равна  $l = 22,5$  м.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

## Часть 2

### Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь  $\frac{48^{n+3}}{3^{n+1} \cdot 2^{4n+13}}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

22. Катер прошёл против течения реки 16 км и вернулся обратно, затратив на обратный путь на  $\frac{1}{3}$  часа меньше, чем против течения. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 2 км/час.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

23. Найдите все значения параметра, при каждом из которых уравнение  $|x^2 + 4ax| = 6a$  имеет ровно три различных решения.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

## Модуль «Геометрия»

24. В равнобедренной трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD = 13$ ,  $BC = 7$  и боковой стороной  $AB = 6$  проведена диагональ  $AC$ . В каждый из треугольников  $ADC$  и  $ACB$  вписаны окружности. Найдите расстояние между точками касания окружностей и диагональю  $AC$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

25. Докажите, что сумма длин перпендикуляров, проведённых из произвольной точки  $M$ , лежащей на стороне прямоугольника  $ABCD$ , к его диагоналям, не зависит от положения точки  $M$ .

26. Площадь равнобедренной трапеции, в которую можно вписать окружность, равна  $144,5$ . Острый угол при основании трапеции равен  $30^\circ$ . Найдите радиус окружности.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

## ВАРИАНТ 9

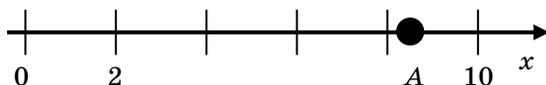
### Часть 1

#### Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения  $3,8 : \left( 2\frac{5}{18} - 5\frac{1}{12} + 1\frac{2}{9} \right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

2. На координатной прямой отмечена точка  $A$ . Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка  $A$ ? В ответе укажите номер числа.



- 1)  $\sqrt{67}$       2)  $\sqrt{57}$       3)  $\sqrt{26}$       4)  $\sqrt{50}$

Ответ: \_\_\_\_\_ .

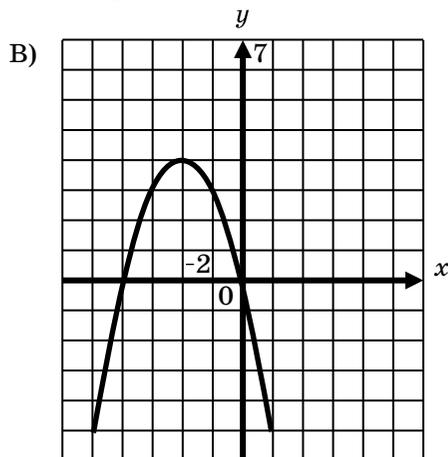
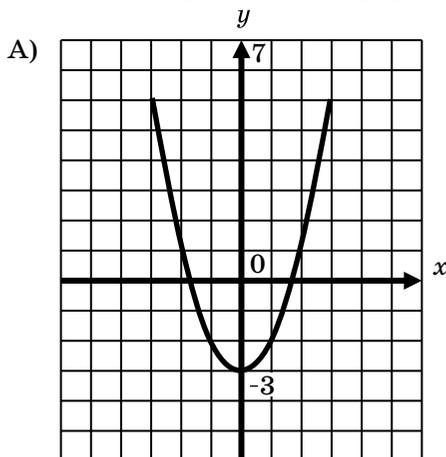
3. Вычислите значение выражения  $\frac{\sqrt{9,8} \cdot \sqrt{18,2}}{\sqrt{0,91}}$ .

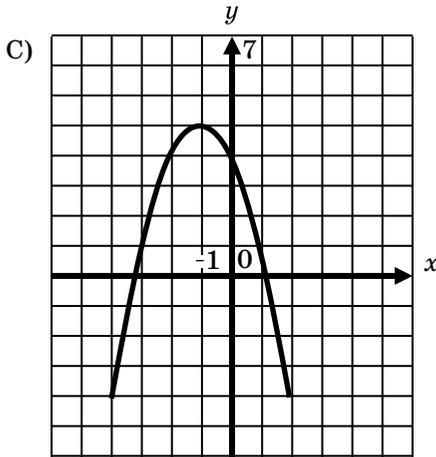
Ответ: \_\_\_\_\_ .

4. Решите уравнение  $\frac{2x+18}{5x-1} = 5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

5. Установите соответствие между графиками функций, изображённых на рисунке, и формулами, которые их задают.





- 1)  $y = -x^2 - 4x$
- 2)  $y = x^2 - 3$
- 3)  $y = -x^2 - 2x + 4$

В таблице под каждой буквой, соответствующей графику, впишите номер формулы, которая его задаёт.

О т в е т :

А	В	С

6. Числовая последовательность задана формулой  $n$ -ного члена:  $a_n = 3n - 2, n \in N$ . Найдите сумму 10 первых членов последовательности.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

7. Найдите значение выражения  $\frac{576 - a^2}{a + 24}$ , если  $a = 12$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

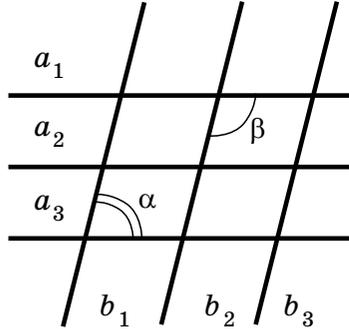
8. Решите систему неравенств  $\begin{cases} 11x + 55 > 0 \\ 12x - 3 < 0 \end{cases}$

В ответе укажите наименьшее целое решение системы.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

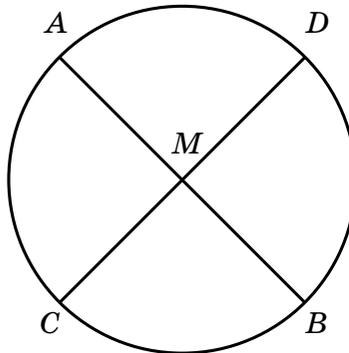
## Модуль «Геометрия»

9. Прямые  $a_1, a_2, a_3$ , параллельные между собой, пересекаются с параллельными прямыми  $b_1, b_2, b_3$ . Угол  $\alpha$ , образованный при пересечении прямых  $a_3$  и  $b_1$ , в три раза меньше угла  $\beta$ , образованного при пересечении прямых  $a_1$  и  $b_2$ . Чему равен угол  $\beta$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_ .

10. Хорды  $AB$  и  $CD$  окружности пересекаются в точке  $M$ . Известно, что  $\angle AMC = 120^\circ$ . Мера дуги  $BC$  меньше меры дуги  $AD$  на  $28^\circ$  (см. рисунок). Найдите меру дуги  $BC$ . Ответ укажите в градусах.

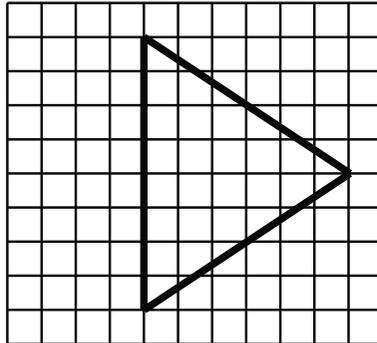


Ответ: \_\_\_\_\_ .

11. Трапеция, средняя линия которой имеет длину, равную 8, а высота равна 4, имеет такую же площадь, что и равнобедренный прямоугольный треугольник. Найдите длину катета треугольника.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

12. Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге, считая, что сторона клетки равна 1 см. Ответ укажите в см<sup>2</sup>.



О т в е т : \_\_\_\_\_ .

13. Укажите, какие из перечисленных ниже утверждений **верны**.

- 1) Если диагонали четырёхугольника точкой пересечения делятся пополам, то он параллелограмм.
- 2) Если диагонали четырёхугольника равны и перпендикулярны, то он квадрат.
- 3) Если диагонали четырёхугольника делят его на 4 равновеликих треугольника, то он параллелограмм.
- 4) Если диагонали четырёхугольника равны, то он прямоугольник.
- 5) Если диагонали четырёхугольника перпендикулярны, то суммы квадратов его противоположных сторон равны.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

**Модуль «Реальная математика»**

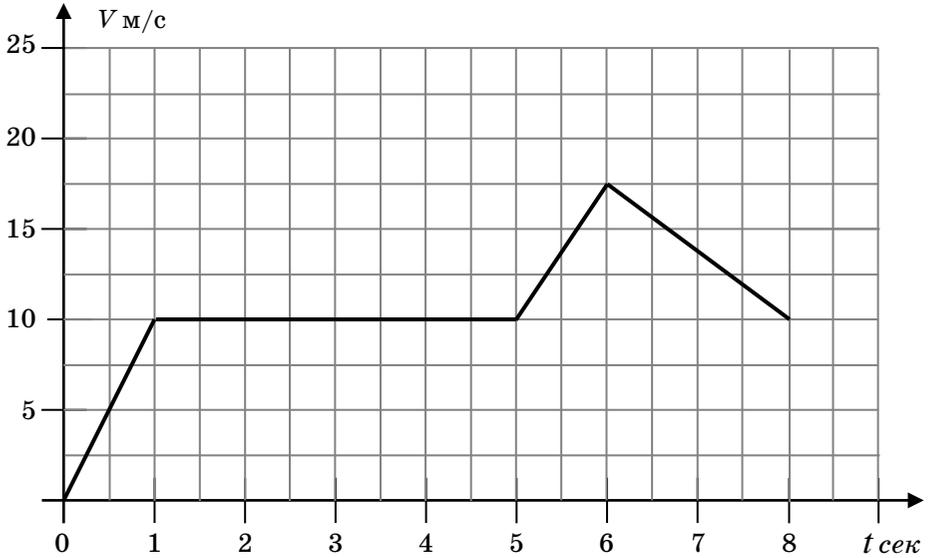
14. В таблице приведены нормативы по подтягиваниям для учащихся девятых классов.

9-й класс	Мальчики			Девочки		
	5	4	3	5	4	3
Подтягивание (кол-во раз)	12	10	8	21	14	8

Какую оценку получит девушка, сделавшая 15 подтягиваний?

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

15. Путь, пройденный телом за промежуток времени  $t_0 \leq t \leq t_1$ , где  $t_0$  — начало интервала измерения времени движения, а  $t_1$  — его конец, численно равен площади фигуры, ограниченной графиком функции  $V = V(t)$  на этом промежутке. Используя приведённый на рисунке график скорости движения, укажите, через сколько секунд после начала движения пройденный путь был равен 40 м.

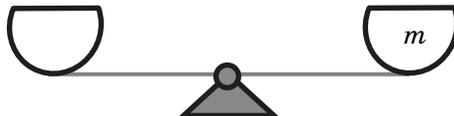


Ответ: \_\_\_\_\_ .

16. Стоимость разовой поездки на электричке Москва–Серпухов составляет 209 рублей. Стоимость абонемента на 60 поездок составляет 7555 рублей. Сколько рублей можно сэкономить, если купить абонемент на 60 поездок?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

17. На рычажных весах с равными плечами хотят уравновесить массу, равную  $m = 37$  г. В распоряжении имеется набор гирь весом 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 г. Укажите набор необходимых гирь. В ответе запишите число, состоящее из весов гирь, расположенных в возрастающем порядке. Если решений несколько, укажите набор, содержащий меньшее количество гирь.



Ответ: \_\_\_\_\_ .

18. Майя и Таня соревнуются, прыгая со скакалкой.

Майя: «Я выиграла в трёх соревнованиях».

Таня: «Я выиграла в четырёх играх».

Если известно, что было проведено пять игр, то какие из утверждений обязательно верны:

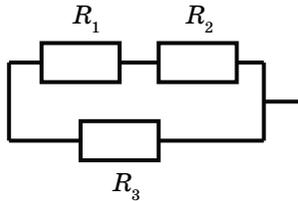
- 1) Майя говорит неправду.
- 2) Таня говорит неправду.
- 3) Хотя бы одна из них говорит неправду.
- 4) Они обе говорят неправду.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

19. Два стрелка одновременно стреляют по мишени. Первый стреляющий попадает в мишень с вероятностью, равной 0,5, а второй стреляющий попадает в мишень с вероятностью 0,7. Какова вероятность того, что мишень будет поражена только вторым стрелком?

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

20. Сопротивление участка электрической цепи, изображённой на рисунке, можно рассчитать по формуле:  $R = \frac{R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$ . Рассчитайте величину резистора  $R_3$ , если общее сопротивление участка цепи равно  $R = 2$  Ом,  $R_1 = 4$  Ом,  $R_2 = 2$  Ом.



О т в е т : \_\_\_\_\_ .

**Часть 2**

**Модуль «Алгебра»**

21. Сократите дробь  $\frac{72^{n+5}}{3^{2n+9} \cdot 2^{3n+15}}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

22. Катер прошёл 96 км против течения реки и вернулся обратно, затратив на весь путь 10 часов. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки 4 км/час.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

23. Найдите все значения параметра, при каждом из которых уравнение  $|x^2 - 8ax| = 16a$  имеет ровно три различных решения.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

### Модуль «Геометрия»

24. В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD = 6$ ,  $BC = 9$  и боковыми сторонами  $AB = 6$ ,  $CD = 7$  проведена диагональ  $AC$ . В каждый из треугольников  $ADC$  и  $ACB$  вписаны окружности. Найдите расстояние между точками касания окружностей и диагональю  $AC$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

25. Докажите, что сумма квадратов расстояний от произвольной точки  $M$  плоскости до вершин  $A$  и  $C$  прямоугольника  $ABCD$  равна сумме квадратов расстояний до вершин  $B$  и  $D$ .

26. Высота равнобедренной трапеции, в которую можно вписать окружность, вдвое больше меньшего из оснований трапеции. Найдите площадь трапеции, если радиус окружности равен  $2\sqrt{3}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

# ВАРИАНТ 10

## Часть 1

### Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения  $\left(2\frac{5}{72} \cdot 2 - 5\frac{4}{45} + 0,2\right) : 0,75$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

2. На координатной прямой отмечена точка  $A$ . Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка  $A$ ? В ответе укажите номер числа.



- 1)  $\sqrt{67}$       2)  $\sqrt{57}$       3)  $\sqrt{26}$       4)  $\sqrt{50}$

Ответ: \_\_\_\_\_ .

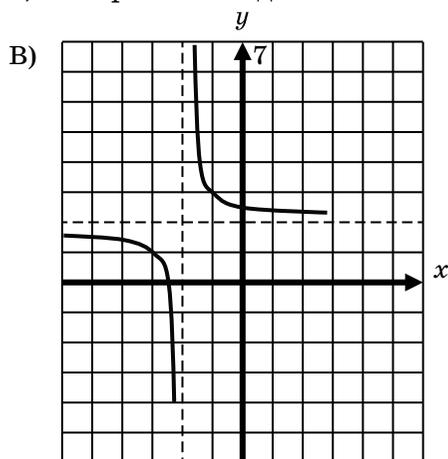
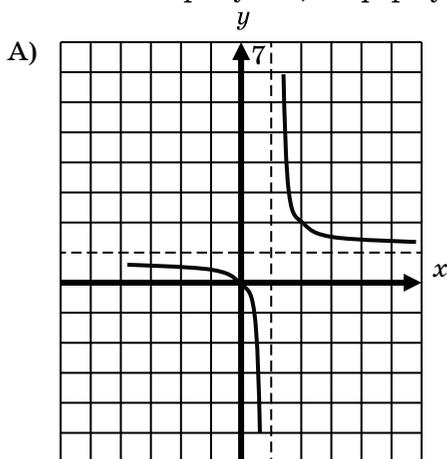
3. Вычислите значение выражения  $\frac{\sqrt{8,8} \cdot \sqrt{9,9}}{\sqrt{0,72}}$ .

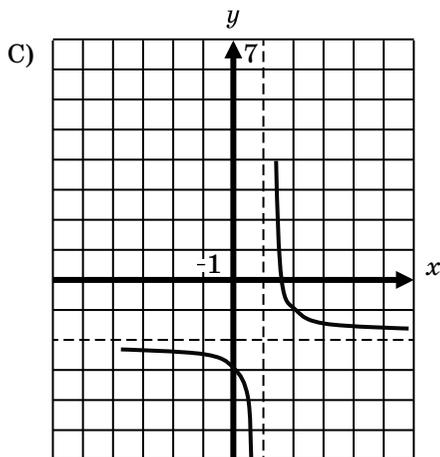
Ответ: \_\_\_\_\_ .

4. Решите уравнение  $\frac{5x-13}{4x+1} = 6$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

5. Установите соответствие между графиками функций, изображённых на рисунке, и формулами, которые их задают.





1)  $y = \frac{2x-7}{x+2}$

2)  $y = \frac{-2x+3}{x-1}$

3)  $y = \frac{x}{x-1}$

В таблице под каждой буквой, соответствующей графику, впишите номер формулы, которая его задаёт.

О т в е т :

A	B	C

6. Числовая последовательность задана формулой  $n$ -ного члена:  $a_n = 5n - 3, n \in \mathbb{N}$ . Найдите сумму 13 первых членов последовательности.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

7. Найдите значение выражения  $\frac{a^2 - 225}{15 - a}$ , если  $a = -7$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

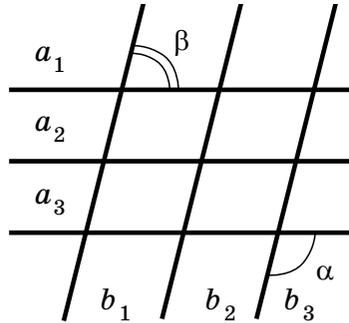
8. Решите систему неравенств  $\begin{cases} 9x + 46 > 0 \\ x - 4 < 0 \end{cases}$

В ответе укажите наименьшее целое решение системы.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

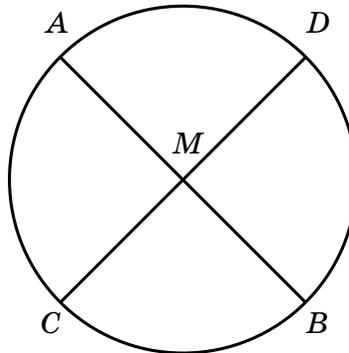
Модуль «Геометрия»

9. Прямые, параллельные между собой, пересекаются с параллельными прямыми. Угол  $\beta$ , образованный при пересечении прямых  $a_1$  и  $b_1$ , в четыре раза меньше угла  $\alpha$ , образованного при пересечении прямых  $a_3$  и  $b_3$ . Чему равен угол  $\alpha$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_ .

10. Хорды и окружности пересекаются в точке  $M$ . Известно, что  $\angle AMC = 140^\circ$ . Мера дуги  $AD$  больше меры дуги  $BC$  на  $30^\circ$  (см. рисунок). Найдите меру дуги  $AD$ . Ответ укажите в градусах.

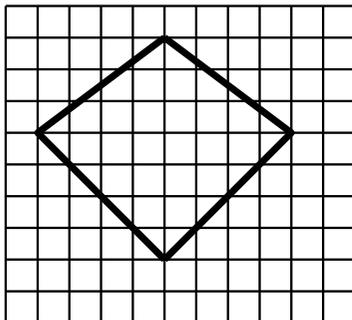


Ответ: \_\_\_\_\_ .

11. Равносторонний треугольник, сторона которого равна  $2\sqrt{6}$ , имеет такую же площадь, что и правильный шестиугольник. Найдите длину стороны правильного шестиугольника.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

12. Найдите площадь фигуры, изображённой на клетчатой бумаге, считая, что сторона клетки равна 1 см. Ответ укажите в см<sup>2</sup>.



Ответ: \_\_\_\_\_ .

13. Укажите, какие из перечисленных ниже утверждений **верны**.
- 1) Если два угла треугольника равны, то он равнобедренный.
  - 2) Если две стороны треугольника равны, то он равнобедренный.
  - 3) Если две биссектрисы треугольника равны, то он равнобедренный.
  - 4) Если две высоты треугольника равны, то он равнобедренный.
  - 5) Если две медианы треугольника равны, то он равнобедренный.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

### Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены нормативы по прыжкам в высоту для учащихся девятых классов.

9-й класс	Мальчики			Девочки		
	5	4	3	5	4	3
Прыжок в высоту с разбега (см)	120	115	110	110	105	100

Какую оценку получит юноша, преодолевший высоту 117 см?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

15. Путь, пройденный телом за промежуток времени  $t_0 \leq t \leq t_1$ , где  $t_0$  — начало интервала измерения времени движения, а  $t_1$  — его конец, численно равен площади фигуры, ограниченной графика-

ком функции  $V = V(t)$  на этом промежутке. Используя приведенный на рисунке график скорости движения, укажите, через сколько секунд после начала движения пройденный путь был равен 70 м.

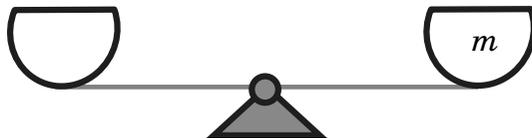


О т в е т : \_\_\_\_\_ .

16. Стоимость разовой поездки на электричке Москва—Тула составляет 452 рубля. Стоимость абонемента на 10 дней, позволяющего совершать две поездки из Москвы в Тулу и обратно, составляет 5455 рублей. Сколько рублей можно сэкономить, если купить абонемент на 10 дней?

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

17. На рычажных весах с равными плечами хотят уравновесить массу, равную  $m = 47$  г. В распоряжении имеется набор гирь весом 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 г. Укажите набор необходимых гирь. В ответе запишите число, состоящее из весов гирь, расположенных в возрастающем порядке. Если решений несколько, укажите набор, содержащий меньшее количество гирь.



О т в е т : \_\_\_\_\_ .

18. В школе «Межпланетный лицей» инопланетяне и люди похожи друг на друга. Но если инопланетянин говорит неправду, то его выгоняют из класса. А остальных за неправду ставят в угол.

Учитель спросил ученика: «Ты инопланетянин?»

Ученик ответил: «Да».

Что из нижеследующего невозможно:

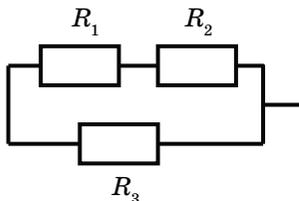
- 1) Ученика выгнали.
- 2) Ученика поставили в угол.
- 3) Ученик — инопланетянин.
- 4) Ученик не инопланетянин.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

19. Два стрелка одновременно стреляют по мишени. Первый стреляющий попадает в мишень с вероятностью, равной 0,4, а второй стреляющий попадает в мишень с вероятностью 0,8. Какова вероятность того, что мишень будет поражена только первым стрелком?

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

20. Сопротивление участка электрической цепи, изображённой на рисунке, можно рассчитать по формуле:  $R = \frac{R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$ . Рассчитайте величину резистора  $R_2$ , если общее сопротивление участка цепи равно  $R = 2$  Ом,  $R_1 = 4$  Ом,  $R_3 = 3$  Ом.



О т в е т : \_\_\_\_\_ .

## Часть 2

### Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь  $\frac{60^{n+3}}{3^{n+1} \cdot 2^{2n+7} \cdot 5^{n+2}}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

22. Катер прошёл 48 км против течения реки и вернулся обратно, затратив на весь путь  $5\frac{2}{5}$  часа. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки 2 км/час.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

23. Найдите все значения параметра, при каждом из которых уравнение  $|x^2 + 2ax| = 4a$  имеет ровно три различных решения.

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

### Модуль «Геометрия»

24. В трапеции  $ABCD$ , в которую можно вписать окружность, проведена диагональ  $AC$ . В каждый из треугольников  $ADC$  и  $ACB$  вписаны окружности. Найдите расстояние между точками касания окружностей и диагональю  $AC$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

25. Докажите, что сумма расстояний от произвольной точки плоскости  $M$  до вершин выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  не меньше, чем сумма длин его диагоналей.

26. Найдите длину высоты равнобедренной трапеции, если известно, что в неё можно вписать окружность, что её площадь равна 242, а большее её основание видно из центра окружности под углом  $150^\circ$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_ .

# РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ ВАРИАНТА 1

## Часть 1

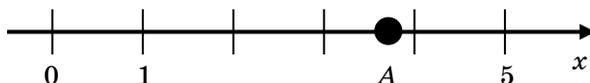
### Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения  $1\frac{1}{25} \cdot 4 - 4,41$ .

**Решение:**  $1\frac{1}{25} \cdot 4 - 4,41 = 1,04 \cdot 4 - 4,41 = 4,16 - 4,41 = -0,25$ .

**Ответ:**  $-0,25$ .

2. На координатной прямой отмечена точка  $A$ . Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел:



- 1) 2,75
- 2) 3,75
- 3) 1,75
- 4) 4,75

Какому из чисел соответствует точка  $A$ ? В ответе укажите номер числа.

**Решение.** Так как точка  $A$  принадлежит интервалу  $(3; 4)$ , то она соответствует числу 3,75. Следовательно, номер верного ответа  $-2$ .

**Ответ:** 2.

3. Вычислите значение выражения  $\frac{\sqrt{3,6} \cdot \sqrt{8,4}}{\sqrt{0,21}}$ .

**Решение.** Используя свойства квадратного корня из положительного числа, получим:  $\frac{\sqrt{3,6} \cdot \sqrt{8,4}}{\sqrt{0,21}} = \sqrt{\frac{3,6 \cdot 8,4}{0,21}} = \sqrt{36 \cdot 4} = 12$ .

**Ответ:** 12.

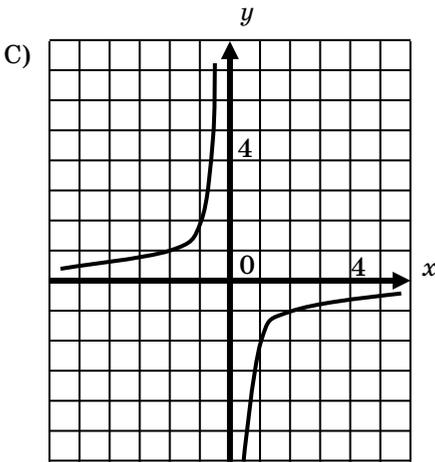
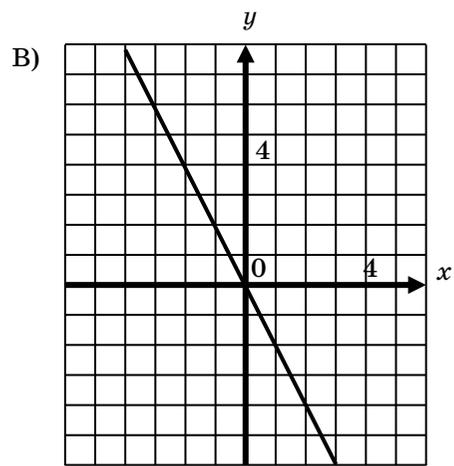
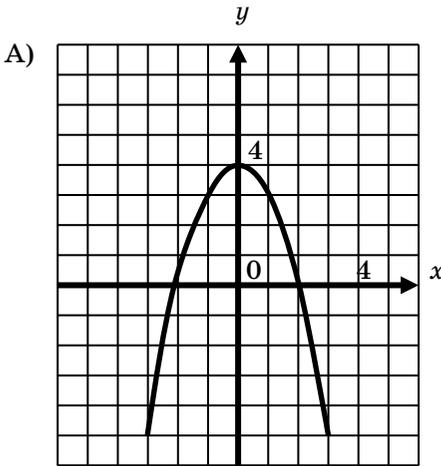
4. Решите уравнение  $\frac{4}{19x+1} = \frac{1}{5}$ .

**Решение.** По свойству пропорции получим:

$$\frac{4}{19x+1} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow 19x+1 = 20 \Leftrightarrow 19x = 19 \Leftrightarrow x = 1.$$

**Ответ:** 1.

5. Установите соответствие между графиками функций, изображённых на рисунке, и формулами, которые их задают.



- 1)  $y = -2x$  2)  $y = -\frac{2}{x}$  3)  $y = 4 - x^2$

В таблице под каждой буквой, соответствующей графику, впишите номер формулы, которая его задаёт.

**Решение.** На графике под литерой А) изображена парабола, задаваемая квадратным уравнением, поэтому литере А) соответствует номер 3. Под литерой В) изображена прямая, задаваемая линейным уравнением, поэтому литере В) соответствует номер 1. Наконец, гипербола расположена на рисунке с литерой С), следовательно, этой литере отвечает номер 2.

Ответ:

A	B	C
3	1	2

6. Конечная числовая последовательность содержит 10 членов, первый из которых равен 3, а каждый последующий член, начиная со второго, больше предыдущего на 4. Найдите десятый член последовательности.

**Решение.** Так как каждый член последовательности, начиная со второго, больше предыдущего на одно и то же число, то эта последовательность — арифметическая прогрессия. Имеем:  $a_1 = 3, d = 4, a_{10} = a_1 + 9d = 3 + 36 = 39$ .

**Ответ:** 39.

7. Найдите значение выражения  $(a - 73)^2 + 292a$ , если  $a = 27$ .

**Решение.** Преобразуем выражение:

$$(a - 73)^2 + 292a = a^2 - 146a + 73^2 + 292a = (a + 73)^2.$$

Подставляя значение  $a = 27$ , получим, что значение выражения равно  $(27 + 73)^2 = 100^2 = 10000$ .

**Ответ:** 10000.

8. Решите систему неравенств 
$$\begin{cases} 2x + 7 > 0 \\ 3x + 4 < 0 \end{cases}$$

**Решение.** Имеем: 
$$\begin{cases} 2x + 7 > 0 \\ 3x + 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -3,5 \\ x < -\frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow -3,5 < x < -\frac{4}{3}.$$

Наибольшее целое число, принадлежащее интервалу  $\left(-\frac{7}{2}; -\frac{4}{3}\right)$ , равно  $-2$ .

**Ответ:**  $-2$ .

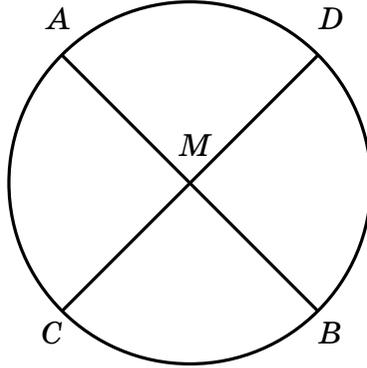
### Модуль «Геометрия»

9. Прямые  $a_1, a_2, a_3$ , параллельные между собой, пересекаются с параллельными прямыми  $b_1, b_2, b_3$ . Угол  $\alpha$ , образованный при пересечении прямых  $a_3$  и  $b_3$ , равен  $117^\circ$ . Чему равен угол  $\beta$ , образованный при пересечении прямых  $a_1$  и  $b_1$ ?

**Решение.** Используя равенство соответственных углов, образованных при пересечении параллельных прямых, получим, что угол  $\alpha + \beta = 180^\circ$ . Следовательно,  $\beta = 63^\circ$ .

**Ответ:**  $63$ .

10. Хорды  $AB$  и  $CD$  окружности пересекаются в точке  $M$ . Известно, что  $\angle AMC = 140^\circ$ . Мера дуги  $AD$  больше меры дуги  $BC$  на  $22^\circ$ , как показано на рисунке. Найдите меру дуги  $AD$ . Ответ укажите в градусах.



**Решение.** Мера угла, образованного двумя пересекающимися хордами окружности, равна полусумме мер дуг, заключённых между сторонами данного угла и ему вертикального.

$\angle AMD$ , заключающий между своими сторонами дугу  $AD$  — смежный с углом  $AMC$ , следовательно, его мера равна  $40^\circ$ . Обозначив меру дуги  $AD = x$ , а меру дуги  $BC = x - 20$ , получим, что  $\angle AMD = \frac{x + x - 22}{2} = x - 11$ . Следовательно, мера дуги  $AD = 51^\circ$ .

**Ответ:** 51.

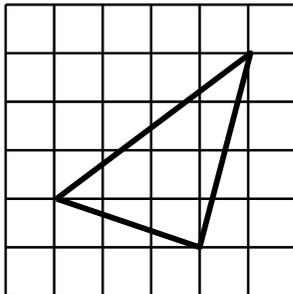
11. Параллелограмм, сторона основания которого равна  $\sqrt{3}$ , имеет ту же площадь, что и равносторонний треугольник со стороной  $3\sqrt{2}$ . Найдите высоту параллелограмма.

**Решение.** Площадь параллелограмма равна произведению его стороны на высоту параллелограмма, проведённую к этой стороне. Обозначив искомую высоту  $h$ , получим, что площадь параллелограмма равна  $S = \sqrt{3} \cdot h$ .

Площадь равностороннего треугольника, сторона которого равна  $3\sqrt{2}$ , будет равна  $S_1 = \frac{(3\sqrt{2})^2}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$ . Так как по условию задачи площади равны, то получим:  $\sqrt{3} \cdot h = \frac{9}{2}\sqrt{3} \Leftrightarrow h = 4,5$ .

**Ответ:** 4,5.

12. Найдите площадь фигуры, изображённой на клетчатой бумаге, считая, что сторона клетки равна 1 см. Ответ укажите в см<sup>2</sup>.



**Решение.** Опишем около треугольника прямоугольник таким образом, чтобы вершины треугольника были расположены на сторонах прямоугольника. В данном случае прямоугольник — квадрат. Вычисляя площадь квадрата и вычитая из полученного результата сумму площадей трёх прямоугольных треугольников, получим площадь заданного треугольника.

$$S = 16 - 1,5 - 6 - 2 = 6,5.$$

**Ответ:** 6,5.

**Второе решение.** Для вычисления площади фигуры, расположенной на клетчатой бумаге, удобно применять формулу Пика.

Если вершины фигуры расположены в узлах клетчатой бумаги со стороной клетки, равной 1, то площадь фигуры можно вычислить по формуле:  $S = n + \frac{k}{2} - 1$ , где  $n$  — число узлов, расположенных внутри фигуры, а  $k$  — число узлов, лежащих на её периметре. Для рассматриваемой фигуры получаем:  $n = 6$ ,  $k = 3$ ,  $S = 6 + 1,5 - 1 = 6,5$ .

**Ответ:** 6,5.

13. Укажите, какие из перечисленных ниже утверждений **верны** для любого треугольника.

- 1) Сумма углов любого треугольника равна 180°.
- 2) В любом треугольнике найдётся прямой угол.
- 3) В любом треугольнике найдётся угол, который больше прямого.
- 4) В любом треугольнике найдётся угол, не меньший 60°.
- 5) В любом треугольнике найдётся угол, равный 60°.

**Решение**

- 1) Первое утверждение верно для любого треугольника.
- 2) Второе утверждение неверно, т.к. не все треугольники прямоугольные.

- 3) Утверждение неверно, т.к. не все треугольники тупоугольные.
- 4) Утверждение верно, т.к. в противном случае сумма углов треугольника будет меньше  $180^\circ$ .
- 5) Утверждение неверно. Например, существует треугольник с углами  $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ .

Таким образом, верные утверждения — 1 и 4.

**Ответ:** 14.

**Модуль «Реальная математика»**

14. В таблице приведены нормативы по прыжкам в длину с места для учащихся девятых классов.

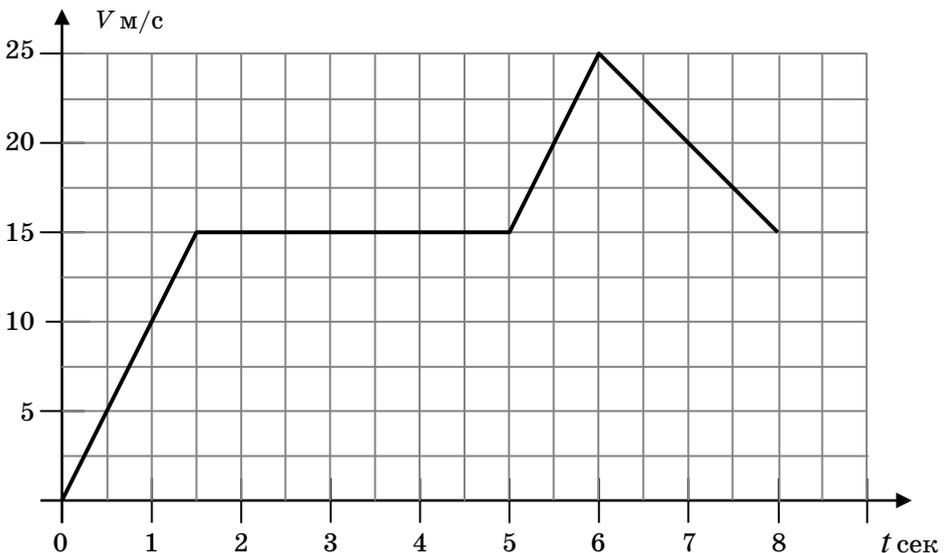
9-й класс	Мальчики			Девочки		
Виды испытаний	5	4	3	5	4	3
Прыжок в длину с места (см)	210	190	170	190	170	160

Какую оценку получит юноша, прыгнувший на расстояние 198 см?

**Решение.** Так как выполнено неравенство  $190 < 198 < 210$ , то оценка будет равна 4.

**Ответ:** 4.

15. Путь, пройденный телом за промежуток времени  $t_0 \leq t \leq t_1$ , где  $t_0$  — начало интервала измерения времени движения, а  $t_1$  — его конец, численно равен площади фигуры, ограниченной графиком функции  $V = V(t)$  на этом промежутке. Используя приведённый на рисунке график скорости движения, укажите путь, пройденный телом с постоянной скоростью.



**Решение.** Если движение совершается с неизменной скоростью, то график скорости есть отрезок прямой, параллельной оси абсцисс. Так как неизменная скорость равнялась 15 м/сек и движение началось в момент времени  $t_0=1,5$ , а закончилось в момент времени  $t_1=5$ , то пройденный путь будет численно равен площади прямоугольника:  $S = 15 \cdot (5 - 1,5) = 52,5$ .

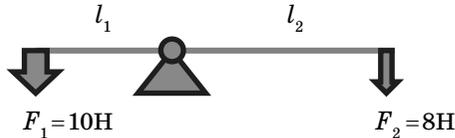
**Ответ:** 52,5.

16. Стоимость единого билета на одну поездку в г. Москве составляет 50 рублей, а стоимость единого билета на 40 поездок составляет 1160 рублей. Сколько рублей составит экономия при покупке билета на 40 поездок вместо 40 билетов на одну поездку?

**Решение.** Стоимость 40 разовых поездок составит  $40 \cdot 50 = 2000$  рублей. Поэтому экономия при покупке составит  $2000 - 1160 = 840$  рублей.

**Ответ:** 840.

17. К плечам рычага, длины которых равны  $l_1$  и  $l_2$ , приложены силы, равные  $F_1=10\text{Н}$ ,  $F_2=8\text{Н}$  и удерживающие его в равновесии. Определите отношение длины большего плеча рычага к длине меньшего.



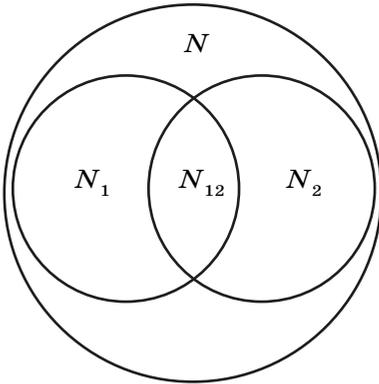
**Решение.** Для рычага, находящегося в равновесии, выполняется соотношение  $F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2 \Leftrightarrow \frac{l_2}{l_1} = \frac{F_1}{F_2}$ . Подставляя величины действующих сил, получим, что  $\frac{l_2}{l_1} = \frac{10}{8} = 1,25$ .

**Ответ:** 1,25.

18. На диаграмме приведены результаты решения двух задач по математике учащимися на олимпиаде. Известно, что общее количество учащихся составило  $N = 100$  человек. Первую из предложенных задач решили  $N_1 = 73$  человека, вторую  $N_2 = 45$  человек.

Какие из утверждений относительно результатов решения задач верны:

- 1) Обязательно найдутся учащиеся, решившие обе задачи.
- 2) Число учащихся, решивших обе задачи, не больше 46 человек.
- 3) Число решивших обе задачи меньше 15 человек.
- 4) Число решивших обе задачи не меньше 18 человек.



$N$  — количество участников  
 $N_1$  — решили первую задачу  
 $N_2$  — решили вторую задачу  
 $N_{12}$  — решили обе задачи

**Решение.** Обозначим  $N_0$  — количество участников, не решивших ни одной задачи. Тогда общее количество участников  $N = N_0 + N_1 + N_2 - N_{12}$ .

Получим, что  $N_{12} = N_0 + 73 + 45 - 100 = N_0 + 18 \geq 18$ . Поэтому утверждение 1) — верное; утверждение 3) — неверное; утверждение 4) — верное. Так как количество участников, решивших обе задачи, не может быть больше меньшего из количества участников, решивших первую или вторую задачу, то утверждение 2) — верное.

**Ответ:** 124.

19. Из урны, в которой находятся 12 белых и 8 чёрных шаров, наудачу выбирается один шар. Какова вероятность того, что этот шар окажется чёрным?

**Решение.** Вероятность определяется отношением числа чёрных шаров, находящихся в урне, к общему числу шаров. Поэтому

$$p = \frac{8}{12+8} = \frac{8}{20} = 0,4.$$

**Ответ:** 0,4.

20. Известно, что свободное падение представляет собой частный случай равноускоренного движения без начальной скорости. Если  $h$  — высота, с которой падает тело,  $g = 10 \text{ м/с}^2$  — ускорение свободного падения и  $v$  — скорость тела спустя  $t$  (сек) после начала движения, то скорость тела в момент падения

можно найти из формулы:  $v = \sqrt{2gh}$ . Найдите, с какой высоты надо сбросить тело, чтобы его скорость в момент падения составила 15 м/с.

**Решение.** Подставляя известные величины, получим, что  $15 = \sqrt{20h} \Leftrightarrow 225 = 20h \Leftrightarrow h = 11,25$  метра.

**Ответ:** 11,25.

## Часть 2

### Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь  $\frac{6^{n+5}}{3^{n+4} \cdot 2^{n-2}}$ .

**Решение.**  $\frac{6^{n+5}}{3^{n+4} \cdot 2^{n-2}} = \frac{3^{n+5} \cdot 2^{n+5}}{3^{n+4} \cdot 2^{n-2}} = 3^{(n+5)-(n+4)} \cdot 2^{(n+5)-(n-2)} = 3 \cdot 2^7 = 384$ .

**Ответ:** 384.

Выставляемые баллы	Критерии оценки выполнения задания
2 балла	Правильно выполнены преобразования. Найден верный ответ
1 балл	Получен ответ, но допущена вычислительная ошибка или описка, из-за которой ответ неверен
0 баллов	Ответ не получен или задание не решалось
2	Максимальный балл

22. Расстояние от пункта А до пункта В первый автомобиль проезжает в 1,6 раза быстрее второго автомобиля. Найдите скорость первого автомобиля, если она на 27 км/час больше скорости второго.

**Решение.** Так как время, затрачиваемое при равномерном движении на заданном промежутке пути, обратно пропорционально скорости движения  $\left(t = \frac{S}{V}\right)$ , то скорость первого автомобиля в 1,6 раза больше скорости второго.

Кроме того, скорость первого автомобиля на 27 км/час больше скорости второго автомобиля. Обозначая  $V$  — скорость второго автомобиля, составим уравнение:  $1,6V - V = 27$ .

Решим уравнение:  $1,6V - V = 27 \Leftrightarrow 0,6V = 27 \Leftrightarrow V = 45 \Leftrightarrow 1,6V = 72$ .

**Ответ:** 72.

Выставляемые баллы	Критерии оценки выполнения задания
2 балла	Верно составлено уравнение. Найден верный ответ
1 балл	Получен ответ, но допущена вычислительная ошибка или описка, из-за которой ответ неверен
0 баллов	Ответ не получен или задание не решалось
2	<i>Максимальный балл</i>

23. Найдите все значения параметра, при каждом из которых уравнение  $x^2 - 6|x| + 5 = a$  имеет ровно три различных решения.

**Решение.**

- 1) Рассмотрим функцию  $y = x^2 - 6|x| + 5$ . Область определения функции — множество всех действительных чисел. Функция чётная, т.к. выполнено равенство  $y(-x) = y(x)$ . Получим, что если число  $x_0$  — решение уравнения, то и  $(-x_0)$  — тоже решение. Следовательно, для того, чтобы уравнение могло иметь три решения, для одной пары решений должно выполняться равенство  $x_0 = -x_0 \Leftrightarrow x_0 = 0$ .
- 2) Найдём все решения параметра, при которых  $x=0$  — решение уравнения. Подставив, получим, что  $a=5$ .
- 3) Найдём количество решений уравнения при  $a=5$ . Имеем:

$$x^2 - 6|x| + 5 = 5 \Leftrightarrow |x|^2 - 6|x| = 0 \Leftrightarrow |x|(|x| - 6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -6 \\ x = 6 \end{cases}$$

Таким образом, уравнение имеет три различных решения, и  $a = 5$  — решение задачи.

**Ответ:** 5.

Выставляемые баллы	Критерии оценивания выполнения задания
4 балла	Получен правильный ответ. Последовательно проведены все три пункта нахождения параметра
3 балла	Получен правильный ответ. Отсутствует пункт 3
2 балла	Верно составлена система уравнений, верно найдены значения параметра, при которых одно из уравнений имеет один корень. Искомое значение не получено
1 балл	Получен неверный ответ
0 баллов	Ответ не получен
4	<i>Максимальный балл</i>

**Второе решение.**

23. Найдите все значения параметра, при каждом из которых уравнение  $x^2 - 6|x| + 5 = a$  имеет ровно три различных решения.

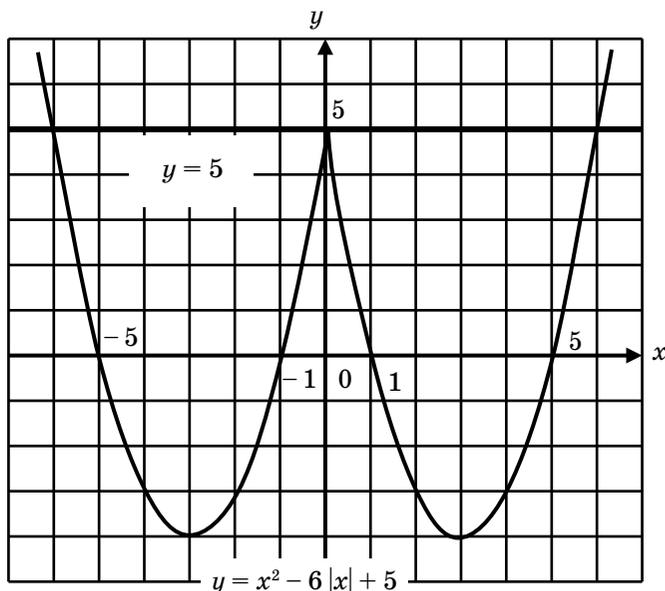
**Решение.**

Построим график функции  $y = x^2 - 6|x| + 5$  и найдём значения параметра, при которых прямая, заданная уравнением  $y = a$ , пересечёт график в трёх различных точках.

График функции  $y = x^2 - 6|x| + 5$  будет состоять из фрагментов

$$\text{двух парабол: } y = x^2 - 6|x| + 5 = \begin{cases} x^2 - 6x + 5, & x \geq 0 \\ x^2 + 6x + 5, & x \leq 0 \end{cases}$$

Графиком функции  $y = a$  будет прямая, параллельная оси абсцисс.



Рассматривая пересечение графиков левой и правой частей уравнения, получим, что единственное значение параметра, отвечающее условию задачи,  $a = 5$ .

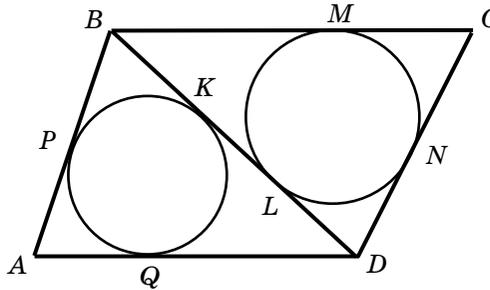
**Ответ:** 5.

Выставляемые баллы	Критерии оценивания выполнения задания
4 балла	Верно построены графики левой и правой частей уравнения. Даны полные пояснения. Получен правильный ответ
3 балла	Верно построены графики левой и правой частей уравнения. Получен правильный ответ, но пояснения к графикам отсутствуют

Выставляемые баллы	Критерии оценивания выполнения задания
2 балла	Построены графики левой и правой частей уравнения. При построении графика левой части допущены ошибки, не повлиявшие на ответ
1 балл	Получен неверный ответ из-за ошибок, допущенных при построении графиков
0 баллов	Ответ не получен
4	Максимальный балл

**Модуль «Геометрия»**

24. Стороны параллелограмма  $ABCD$   $AB = 8$ ,  $AD = 6$ . В каждый из треугольников  $ABD$  и  $BCD$  вписаны окружности. Найдите расстояние между точками касания окружностей и диагональю  $BD$ .



**Решение.** Рассмотрим треугольник  $ABD$ . По свойству отрезков касательных, проведённых из одной точки к окружности, получим, что  $BK = BP$ ,  $AP = AQ$ ,  $DQ = DK$ .

Следовательно, сумма отрезков  $AP + DK = AD$ .

Получим, что  $BK = \frac{P_{\triangle ABD} - 2AD}{2} = \frac{1}{2}P_{\triangle ABD} - AD$ . Аналогично:  $BL = \frac{1}{2}P_{\triangle BDC} - DC$ . Так как периметры треугольников  $ABD$  и  $BCD$  равны, то  $|KL| = |BL - BK| = |AD - CD|$ .

Подставляя длины сторон параллелограмма, получим:  $|KL| = 8 - 6 = 2$ .

**Ответ:** 2.

Выставляемые баллы	Критерии оценки выполнения задания
2 балла	Обоснованно получен верный ответ
1 балл	Верный ответ получен, но отсутствуют обоснования

Выставляемые баллы	Критерии оценки выполнения задания
0 баллов	Получен неверный ответ или ответ не получен
2	Максимальный балл

25. Докажите, что в прямоугольном неравностороннем треугольнике биссектриса прямого угла делит пополам угол между медианой и высотой, проведённых к гипотенузе.

**Доказательство.** Опишем около треугольника  $ABC$ ,  $\angle C = 90^\circ$  окружность. Центр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, будет лежать на середине гипотенузы — в точке  $M$ .

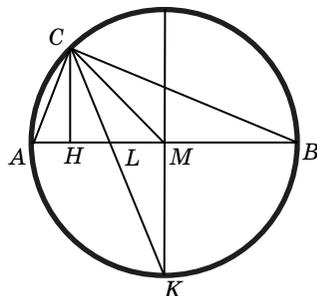
Проведём:  $CM$  — медиану треугольника,  $CH$  — высоту и  $MK$  — диаметр окружности, перпендикулярный гипотенузе.

По свойству диаметра, перпендикулярного хорде, точка  $K$  будет являться серединой дуги, стягиваемой диаметром  $AB$ . Следовательно,  $CK$  — биссектриса угла  $ACB$ .

Так как  $CH \perp AB$  и  $KM \perp AB$ , то  $CH \parallel KM$ .

Из этого следует, что  $\angle HCK = \angle MKC$  как внутренние накрест лежащие. Но так как  $M$  — центр окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , то  $MC = MK = R$ . Таким образом,  $\triangle CMK$  — равнобедренный,  $\angle MCK = \angle MKC = \angle HCK$ , и, следовательно,  $CK$  — биссектриса угла  $HCM$ .

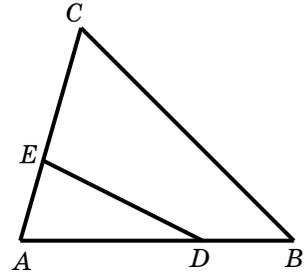
**Утверждение доказано.**



Выставляемые баллы	Критерии оценки выполнения задания
3 балла	Доказательство верное, все шаги обоснованы
2 балла	Доказательство в целом верное, но содержит недостаточность обоснования
0 баллов	Все случаи, не соответствующие указанным критериям
3	Максимальный балл

26. В треугольнике  $ABC$  длины сторон  $AB=7$ ,  $AC=9$ . На стороне  $AB$  взята точка  $D$  так, что  $BD=3$ . Точка  $C$  расположена на стороне  $AC$  так, что площадь четырёхугольника  $BCED$  равна  $\frac{5}{7}$  площади треугольника  $ABC$ . Найдите длину отрезка  $CE$ .

**Решение.** Так как  $BD=3$ , то  $AD = AB - BD = 4$ . Обозначив  $CE=x$ , получим, что  $AE = AC - CE = 9 - x$ . Треугольники  $ABC$  и  $ADE$  имеют общий угол, поэтому их площади относятся как произведения длин соответствующих сторон, образующих его. Получим, что



$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AE \cdot AD}{AC \cdot AB} = \frac{9-x}{9} \cdot \frac{4}{7} = \frac{4(9-x)}{63}.$$

Если площадь четырёхугольника  $BCED$  равна  $\frac{5}{7}$  площади треугольника  $ABC$ , то площадь треугольника  $ADE$  составляет  $\frac{2}{7}$  площади треугольника  $ABC$ . Приравнявая отношения, получим:

$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{4(9-x)}{63} = \frac{2}{7}; \quad 9-x = \frac{9}{2}; \quad x = \frac{9}{2} = 4,5.$$

**Ответ:** 4,5.

Выставляемые баллы	Критерии оценки выполнения задания
4 балла	Решение верное, получен верный ответ. Приведены достаточные обоснования
3 балла	Решение верное, получен верный ответ, но обоснование неполное
1 балл	Ход решения верен, но в процессе допущена вычислительная ошибка, в результате которой получен неверный ответ
0 баллов	Другие случаи, не отвечающие критериям
4	<i>Максимальный балл</i>

# ОТВЕТЫ К ЗАДАНИЯМ

## ВАРИАНТ 1

Часть 1				Часть 2	
Задание	Ответ	Задание	Ответ	Задание	Ответ
1	-0,25	10	51	19	0,4
2	2	11	4,5	20	11,25
3	12	12	6,5	21	384
4	1	13	14	22	72
5	312	14	4	23	5
6	39	15	52,5	24	2
7	10000	16	840	25	
8	-2	17	1,25	26	4,5
9	63	18	124		

## ВАРИАНТ 2

Часть 1				Часть 2	
Задание	Ответ	Задание	Ответ	Задание	Ответ
1	-2,2	10	52	19	0,3
2	2	11	0,5	20	20
3	17	12	12	21	0,6
4	-5	13	125	22	45
5	231	14	4	23	2
6	-28	15	63,75	24	4
7	1000	16	800	25	
8	1	17	1,5	26	6,75
9	57	18	124		

## ВАРИАНТ 3

Часть 1				Часть 2	
Задание	Ответ	Задание	Ответ	Задание	Ответ
<b>1</b>	-0,75	<b>10</b>	53	<b>19</b>	0,24
<b>2</b>	1	<b>11</b>	96	<b>20</b>	30
<b>3</b>	17	<b>12</b>	14	<b>21</b>	63
<b>4</b>	-0,9	<b>13</b>	25	<b>22</b>	65
<b>5</b>	231	<b>14</b>	4	<b>23</b>	-2
<b>6</b>	50	<b>15</b>	25	<b>24</b>	2
<b>7</b>	2500	<b>16</b>	1550	<b>25</b>	
<b>8</b>	0	<b>17</b>	2,5	<b>26</b>	4,5
<b>9</b>	55	<b>18</b>	14		

## ВАРИАНТ 4

Часть 1				Часть 2	
Задание	Ответ	Задание	Ответ	Задание	Ответ
<b>1</b>	0,21	<b>10</b>	54	<b>19</b>	0,28
<b>2</b>	4	<b>11</b>	3	<b>20</b>	8,4375
<b>3</b>	17	<b>12</b>	12	<b>21</b>	0,36
<b>4</b>	1	<b>13</b>	345	<b>22</b>	49
<b>5</b>	312	<b>14</b>	5	<b>23</b>	3
<b>6</b>	67	<b>15</b>	12,5	<b>24</b>	4
<b>7</b>	900	<b>16</b>	90	<b>25</b>	
<b>8</b>	1	<b>17</b>	1,75	<b>26</b>	4
<b>9</b>	144	<b>18</b>	123		

**ВАРИАНТ 5**

Часть 1				Часть 2	
Задание	Ответ	Задание	Ответ	Задание	Ответ
<b>1</b>	-0,125	<b>10</b>	50	<b>19</b>	0,2
<b>2</b>	1	<b>11</b>	19,6	<b>20</b>	3,4
<b>3</b>	15	<b>12</b>	10,5	<b>21</b>	297
<b>4</b>	1	<b>13</b>	134	<b>22</b>	10
<b>5</b>	321	<b>14</b>	4	<b>23</b>	-12
<b>6</b>	-39	<b>15</b>	30	<b>24</b>	4
<b>7</b>	10000	<b>16</b>	280	<b>25</b>	
<b>8</b>	1	<b>17</b>	15	<b>26</b>	8
<b>9</b>	135	<b>18</b>	124		

**ВАРИАНТ 6**

Часть 1				Часть 2	
Задание	Ответ	Задание	Ответ	Задание	Ответ
<b>1</b>	-0,09	<b>10</b>	49	<b>19</b>	0,6
<b>2</b>	4	<b>11</b>	2	<b>20</b>	6,6
<b>3</b>	7	<b>12</b>	16	<b>21</b>	13,5
<b>4</b>	-3,2	<b>13</b>	1235	<b>22</b>	21
<b>5</b>	312	<b>14</b>	5	<b>23</b>	1
<b>6</b>	1	<b>15</b>	32,5	<b>24</b>	5
<b>7</b>	100	<b>16</b>	760	<b>25</b>	
<b>8</b>	-2	<b>17</b>	1313	<b>26</b>	24
<b>9</b>	35	<b>18</b>	2		

## ВАРИАНТ 7

Часть 1				Часть 2	
Задание	Ответ	Задание	Ответ	Задание	Ответ
1	2,175	10	48	19	0,1
2	4	11	6	20	5,8
3	8	12	24	21	2,25
4	3	13	125	22	15
5	312	14	5	23	9
6	1	15	90	24	4
7	225	16	2435	25	
8	-2	17	25813	26	2880
9	122	18	1		

## ВАРИАНТ 8

Часть 1				Часть 2	
Задание	Ответ	Задание	Ответ	Задание	Ответ
1	-2	10	47	19	0,2
2	4	11	18	20	9,42
3	13	12	28	21	4,5
4	-0,6	13	45	22	14
5	312	14	3	23	1,5
6	32	15	6	24	4
7	30	16	3320	25	
8	-3	17	3 581 321	26	4,25
9	35	18	1		

**ВАРИАНТ 9**

Часть 1				Часть 2	
Задание	Ответ	Задание	Ответ	Задание	Ответ
<b>1</b>	-2,4	<b>10</b>	46	<b>19</b>	0,15
<b>2</b>	1	<b>11</b>	8	<b>20</b>	3
<b>3</b>	14	<b>12</b>	24	<b>21</b>	3
<b>4</b>	1	<b>13</b>	135	<b>22</b>	20
<b>5</b>	213	<b>14</b>	4	<b>23</b>	1
<b>6</b>	115	<b>15</b>	4,5	<b>24</b>	5
<b>7</b>	12	<b>16</b>	4985	<b>25</b>	
<b>8</b>	-4	<b>17</b>	31 321	<b>26</b>	60
<b>9</b>	145	<b>18</b>	3		

**ВАРИАНТ 10**

Часть 1				Часть 2	
Задание	Ответ	Задание	Ответ	Задание	Ответ
<b>1</b>	-1	<b>10</b>	55	<b>19</b>	0,48
<b>2</b>	3	<b>11</b>	2	<b>20</b>	2
<b>3</b>	11	<b>12</b>	28	<b>21</b>	22,5
<b>4</b>	-1	<b>13</b>	12 345	<b>22</b>	18
<b>5</b>	312	<b>14</b>	4	<b>23</b>	4
<b>6</b>	416	<b>15</b>	6	<b>24</b>	0
<b>7</b>	-8	<b>16</b>	3585	<b>25</b>	
<b>8</b>	-5	<b>17</b>	581 321	<b>26</b>	11
<b>9</b>	36	<b>18</b>	1		

## СОДЕРЖАНИЕ

<i>Введение</i> .....	3
<b>Инструкция по выполнению работы</b> .....	4
Вариант 1 .....	6
Вариант 2 .....	13
Вариант 3 .....	20
Вариант 4 .....	27
Вариант 5 .....	34
Вариант 6 .....	41
Вариант 7 .....	48
Вариант 8 .....	55
Вариант 9 .....	62
Вариант 10 .....	69
<i>Решения заданий варианта 1</i> .....	76
<i>Ответы к заданиям</i> .....	90

УДК 373:51  
ББК 22.1я721  
М64

**Мирошин, Владимир Васильевич.**

М64 ОГЭ 2016. Математика: тренировочные задания / В. В. Мирошин. — Москва : Эксмо, 2015. — 96 с. : ил. — (ОГЭ. Тренировочные задания).

ISBN 978-5-699-82086-3

Книга адресована учащимся 9-х классов для подготовки к ОГЭ по математике. Публикуемые в пособии материалы дадут полное представление обо всех типах заданий и содержании экзаменационной работы.

Издание содержит:

- 10 тренировочных вариантов ОГЭ;
- инструкцию по выполнению заданий;
- ответы ко всем заданиям;
- критерии оценивания.

Издание окажет помощь учителям при подготовке учащихся к ОГЭ по математике.

УДК 373:51  
ББК 22.1я721

ISBN 978-5-699-82086-3

© Мирошин В.В., 2015  
© Оформление. ООО «Издательство «Эксмо», 2015

Издание для дополнительного образования  
қосымша білім алуға арналған баспа

*Для среднего школьного возраста  
орта мектеп жасындағы балаларға арналған*

ОГЭ. ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ

**Мирошин Владимир Васильевич**

**ОГЭ 2016**

**МАТЕМАТИКА:  
тренировочные задания  
(орыс тілінде)**

Ответственный редактор *А. Жилинская*  
Ведущий редактор *Т. Судакова*  
Технический редактор *Л. Зотова*  
Компьютерная верстка *А. Григорьев*  
Корректор *С. Лапина*

ООО «Издательство «Эксмо»  
123308, Москва, ул. Зорге, д. 1. Тел. 8 (495) 411-68-86, 8 (495) 956-39-21.  
Home page: [www.eksmo.ru](http://www.eksmo.ru) E-mail: [info@eksmo.ru](mailto:info@eksmo.ru)

Өндіруші: «ЭКМО» АҚБ Баспасы, 123308, Мәскеу, Ресей, Зорге көшесі, 1 үй.  
Тел. 8 (495) 411-68-86, 8 (495) 956-39-21  
Home page: [www.eksmo.ru](http://www.eksmo.ru) E-mail: [info@eksmo.ru](mailto:info@eksmo.ru)

Тауар белгісі: «Эксмо»  
Қазақстан Республикасында дистрибьютор және өнім бойынша  
арыз-талаптарды қабылдаушының  
өкілі «РДЦ-Алматы» ЖШС, Алматы қ., Домбровский көш., 3-а», литер Б, офис 1.  
Тел.: 8 (727) 2 51 59 89, 90, 91, 92, факс: 8 (727) 251 58 12 вн. 107; E-mail: [RDC-Almaty@eksmo.kz](mailto:RDC-Almaty@eksmo.kz)  
Өнімнің жарамдылық мерзімі шектелмеген.  
Сертификация туралы ақпарат сайты: [www.eksmo.ru/certification](http://www.eksmo.ru/certification)

Сведения о подтверждении соответствия издания  
согласно законодательству РФ о техническом регулировании  
можно получить по адресу: <http://eksmo.ru/certification/>

Өндірген мемлекет: Ресей  
Сертификация қарастырылған

Подписано в печать 21.09.2015. Формат 70x100<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.  
Гарнитура «SchoolBook». Печать офсетная. Усл. печ. л. 7,78.  
Тираж экз. Заказ



ISBN 978-5-699-82086-3



9 785699 820863 >



ИНТЕРНЕТ-МАГАЗИН  
ИНТЕРНЕТ-МАГАЗИН  
ИНТЕРНЕТ-МАГАЗИН

**ЭФФЕКТИВНАЯ  
ПОДГОТОВКА К ОГЭ  
9 КЛАСС**

# ОГЭ

# 2016



**УСПЕХ НА ОГЭ ГАРАНТИРОВАН!**

**НАСТОЯЩЕЕ ИЗДАНИЕ СОДЕРЖИТ:**

- тренировочные варианты ОГЭ;
- инструкцию по выполнению работы;
- ответы и критерии оценивания.

## **МАТЕМАТИКА**

### **ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ**

Аналогичные учебные пособия выходят по основным предметам: русскому языку, математике, истории, обществознанию, биологии, географии, физике, химии и английскому языку.

Для комплексной подготовки к ОГЭ выходят серии:

- Сборник заданий
- Тематические тренировочные задания
- Тренировочные задания

ISBN 978-5-699-82086-3



9 785699 820863 >