

10
вариантов
с решениями

ОГЭ

2022

В. В. Мирошин

МАТЕМАТИКА

ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ВАРИАНТЫ



10
вариантов
с решениями

ОГЭ



2022

В. В. Мирошин

МАТЕМАТИКА

ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ВАРИАНТЫ



МОСКВА
2021

ВВЕДЕНИЕ

Пособие предназначено для подготовки учащихся 9 классов к ОГЭ и дополнительным вступительным испытаниям по математике.

Книга содержит 10 тренировочных вариантов, составленных в соответствии с демонстрационным вариантом и спецификацией контрольных измерительных материалов для проведения основного государственного экзамена по математике. Обращаем ваше внимание, что каждый вариант имеет подробное решение всех заданий, включая первую часть. Кроме того, автор старался сделать так, чтобы даже самые простые задания несли информацию, полезную для подготовки к ОГЭ. Так как вы планируете продолжать математическое образование, вам потребуется высокий балл для того, чтобы подтвердить хорошее знание математики и свою конкурентоспособность. Поэтому автор позволил себе, сохраняя форму и тематику заданий, кое-где отступить от привычного содержания, сделав его более разнообразным.

Автор, обладая большим опытом работы в общеобразовательных учреждениях и подготовки к экзаменам, постарался сделать так, чтобы предложенные варианты не только готовили к ОГЭ, но и оказывали посильную помощь в подготовке к освоению программы по математике в старшей школе.

Конечно, ваша цель — последние задания, приносящие наибольшее количество баллов. Они снабжены критериями выставления оценок по приведённым решениям. Но это не значит, что задачи 20–25 не могут иметь других решений. Не забывайте про задачи первой части. Очень часто наиболее сильные участники экзамена, стремясь как можно скорее заняться сложными и интересными задачами второй части, допускают обидные ошибки в простых задачах первой части.

Желаем успеха!

ИНСТРУКЦИЯ¹

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не нужно, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у вас останется время, вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

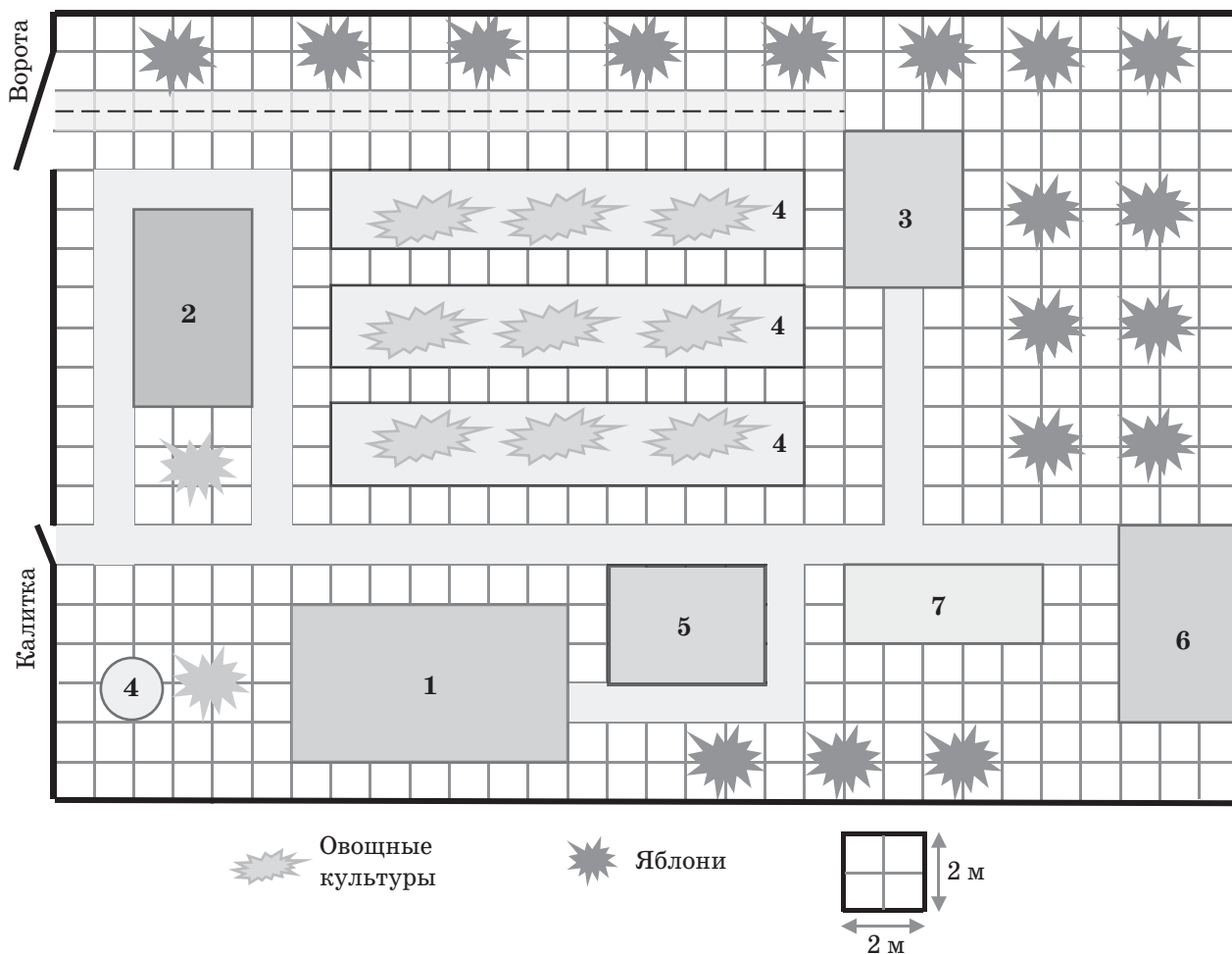
¹ www.fipi.ru

ВАРИАНТ 1

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На рисунке изображён план дачного участка, расположенного в одном из садоводческих товариществ Московской области. При входе на участок через калитку справа расположен круглый колодец. Далее справа расположен жилой дом, за ним находится беседка. За беседкой находится зона барбекю. Дорожка, ведущая от калитки, упирается в хозблок. Слева от входа расположена баня, вокруг которой проходит дорожка. Кроме того, на участке расположена теплица, к которой ведёт дорожка от зоны барбекю. Между баней и теплицей расположены посадки овощных культур, а по периметру высажены яблони. Дорожки на дачном участке вымощены одинаковой тротуарной плиткой.

- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	Баня	Жилой дом	Хозблок	Зона барбекю
Цифры				

Ответ _____

- 2 Найдите площадь дачного участка. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ _____

- 3 Найдите площадь, которую занимают на участке посадки овощей. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ _____

- 4 Найдите длину дорожки, ведущей от ворот до теплицы. (Путь указан пунктиром.)
Ответ дайте в метрах.

Ответ _____

- 5 Владелец дачного участка для улучшения состава почвы решил приобрести 25 тонн почвенного материала. В распоряжении транспортной компании находятся машины двух типов, как показано в таблице.

Машины	1	2
Грузоподъёмность, т	3	4
Стоимость рейса, руб.	2000	3000

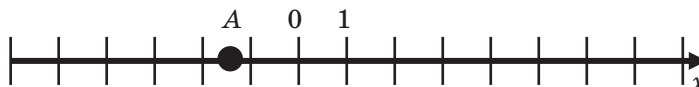
Какова будет наименьшая оплата перевозки груза, если известно, что машины загружаются полностью? Ответ дайте в рублях.

Ответ _____

- 6 Найдите значение выражения $3\frac{1}{2} \cdot \left(2\frac{1}{7} - 1\frac{1}{5}\right)$.

Ответ _____

- 7 На координатной прямой отмечена точка A.



Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка A?

- 1) $-0,7$ 2) $-2,5$ 3) $-\pi$ 4) $-\sqrt{2}$

Ответ

- 8 Найдите значение выражения $a - \frac{5a^2 - 3b}{5a}$ при $a = 3$, $b = 20$.

Ответ _____

- 9 Решите уравнение $\frac{(x^2 - 4)(x - 4)}{\sqrt{x^2 - 7x - 8}} = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Ответ _____

- 10 На олимпиаде в вузе участников рассаживают по трём аудиториям. В первых двух по 120 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчёте выяснилось, что всего было 250 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ _____

- 11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

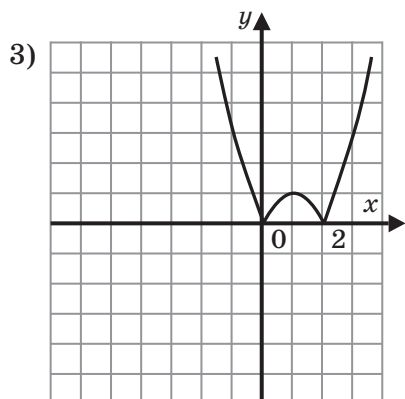
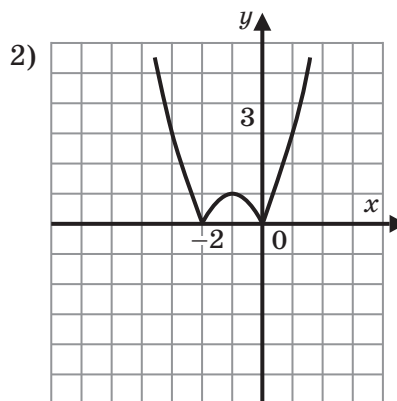
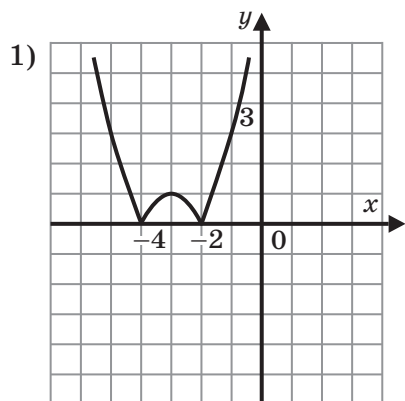
ФУНКЦИИ

А) $y = |x^2 - 2x|$

Б) $y = |x^2 + 6x + 8|$

В) $y = |x^2 + 2x|$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

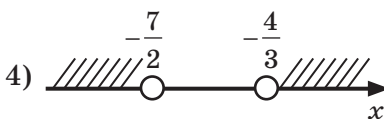
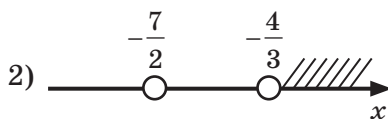
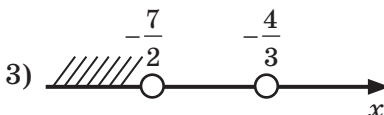
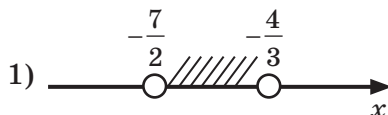
А	Б	В

Ответ

- 12** Если шарик массой m абсолютно упруго ударяется о брусок массой M , закреплённый на пружине жёсткостью k кг/с² (н/м) и имеет перед соударением скорость v_0 , то максимальное сжатие пружины x находится по формуле $x = \frac{2mv_0}{m+M} \cdot \sqrt{\frac{M}{k}}$. Найдите жёсткость пружины, если $m = 0,6$ кг, $M = 1$ кг, $v_0 = 2$ м/с, а сжатие $x = 6$ см. Ответ укажите в н/м.

О т в е т _____

- 13** Укажите решение системы неравенств $\begin{cases} 2x+7 < 0; \\ 3x+4 < 0. \end{cases}$



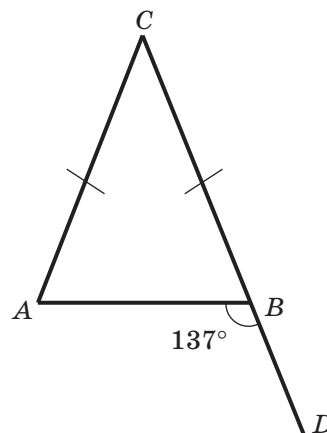
О т в е т

- 14** Альпинист Валера в качестве тренировки совершает восхождение на гору, высота которой равна 3000 метров. За первый час, двигаясь с неизменной скоростью, он прошёл 800 метров подъёма, затем сделал пятнадцатиминутный привал, за второй час он прошёл на 100 метров меньше, но сделал привал на 5 минут больше. Затем снова на 100 метров меньше, чем в предыдущий час, но привал увеличил на 5 минут и так далее, пока не достиг вершины. За какое время альпинист Валера достиг вершины? Время укажите в часах.

О т в е т _____

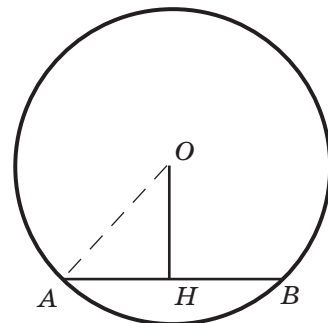
- 15** В равнобедренном треугольнике ABC , $AC = BC$, внешний угол ABD при вершине B треугольника равен 137° . Найдите величину угла CAB . Ответ дайте в градусах.

О т в е т _____

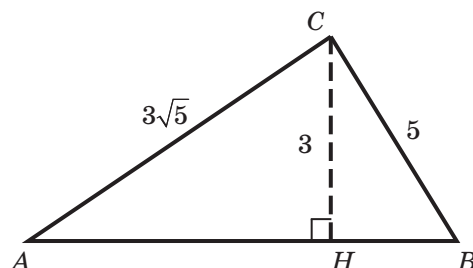


- 16** Найдите длину хорды AB окружности с центром в точке O , если радиус окружности равен 29, а расстояние от центра окружности до хорды равно 20.

О т в е т _____

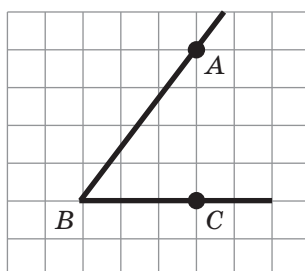


- 17 Найдите площадь треугольника ABC , изображённого на рисунке.



Ответ _____

- 18 Найдите косинус острого угла B , изображённого на рисунке.



Ответ _____

- 19 Дан треугольник ABC . Какие из следующих утверждений верны?

- 1) В любом треугольнике центр описанной окружности лежит внутри треугольника.
- 2) В любом треугольнике центр описанной окружности лежит вне треугольника.
- 3) Существует треугольник, у которого центр описанной окружности лежит вне треугольника.
- 4) Существует треугольник, у которого центр описанной окружности лежит внутри треугольника.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ _____



Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

20 Решите уравнение $x^4 = (4x + 5)^2$.

21 Из пункта A со скоростью 8 км/ч выехал велосипедист. Через 3 часа следом за ним со скоростью 24 км/ч выехал мотоциклист. Найдите время, через которое мотоциклист догонит велосипедиста. Ответ дайте в часах.

22 Постройте график функции $y = |x - 2| + |x + 1|$.

Определите, при каких значениях параметра c прямая, заданная уравнением $y = c$, имеет с графиком функции более одной общей точки.

23 Площадь равнобедренного прямоугольного треугольника равна 36. Найдите длину гипотенузы треугольника.

24 Окружности, радиусы которых равны r и R , касаются внутренним образом в точке A . Продолжение хорды AB меньшей окружности пересекает большую окружность в точке B_1 , а продолжение хорды AC меньшей окружности пересекает большую окружность в точке C_1 . Докажите, что четырёхугольник BB_1C_1C — трапеция.

25 В трапеции $ABCD$ $BC \parallel AD$, биссектриса угла D перпендикулярна боковой стороне AB и пересекает её в точке F . Найдите отношение площади четырёхугольника $BCDF$ к площади треугольника AFD , если $AF:FB = 2:1$.



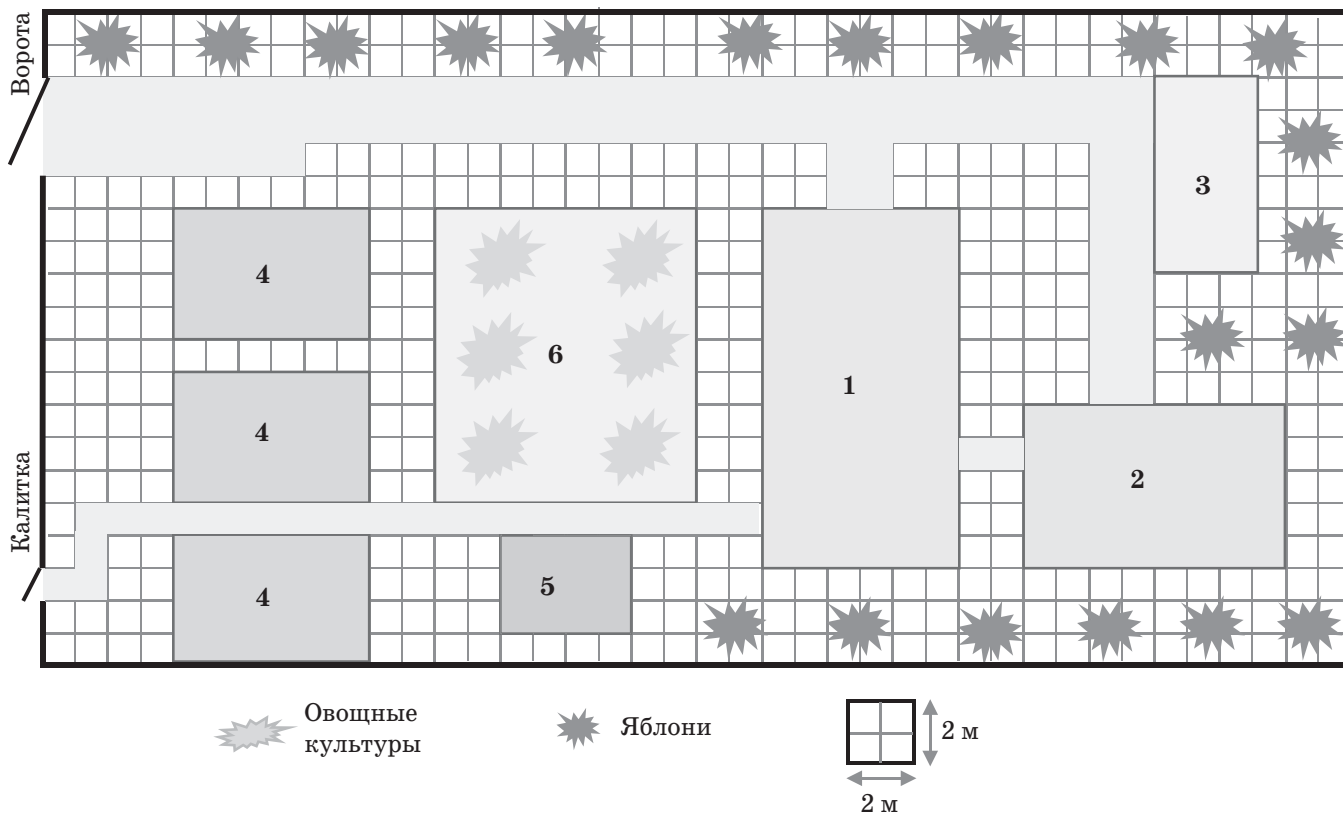
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

ВАРИАНТ 2

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На рисунке изображён план дачного участка, расположенного в одном из садоводческих товариществ Московской области. Дорога, покрытая плиткой, ведёт от ворот мимо главного двухэтажного дома к хозблоку и далее к гаражу. От дома отходят дорожки, ведущие к гаражу, расположенному справа, бане и въездной дороге. Участок обнесён забором, в котором сделаны ворота и задняя калитка. На участке находятся три одинаковые теплицы, а также отведено большое место для овощных культур, выращиваемых на свежем воздухе. Вдоль забора участка высажены фруктовые деревья и кустарники.

- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	Жилой дом	Баня	Хозблок	Гараж
Цифры				

Ответ _____

- 2 Найдите площадь дачного участка. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ _____

- 3 Найдите площадь, которую занимают на участке теплицы. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ _____

- 4 Найдите длину дорожки, ведущей от ворот участка до хозблока. Ответ дайте в метрах.

Ответ _____

- 5 Владелец участков СНТ требуется перевезти груз сыпучих материалов массой 73 тонны. В распоряжении транспортной компании находятся машины 3 типов, характеристики которых представлены в таблице.

Тип машины	Грузоподъёмность, т	Стоимость рейса, руб.
1	2,5	1200
2	3	1800
3	5	2500

Какова будет наименьшая оплата перевозки груза, если известно, что машины загружаются полностью? Ответ дайте в рублях.

Ответ _____

- 6 Найдите значение выражения $\left(\frac{29}{35} - \frac{4}{7}\right) \cdot 0,147 : 0,03$.

Ответ _____

- 7 На координатной прямой отмечена точка A.



Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка A?

- 1) $\sqrt{55}$ 2) $\sqrt{42}$ 3) $\sqrt{64}$ 4) $\sqrt{75}$

Ответ

- 8 Найдите значение выражения $\frac{a^2 - 289b^2}{a + 17b}$, если $a = 18$, $b = 1$.

Ответ _____

- 9 Решите уравнение $|x - 7| = 2$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Ответ _____

- 10 Найдите вероятность того, что наудачу выбранное число от 1 до 200 оканчивается на 7.

Ответ _____

- 11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

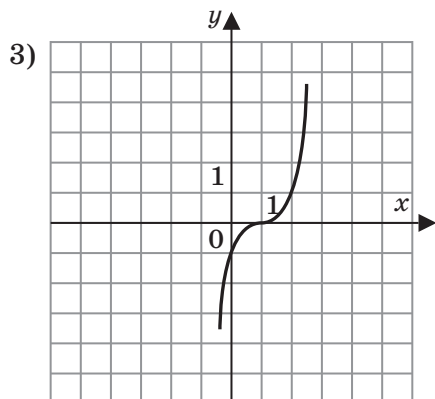
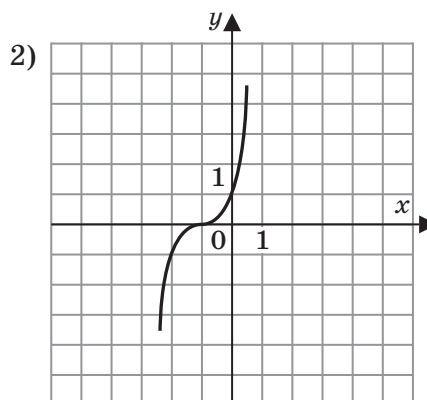
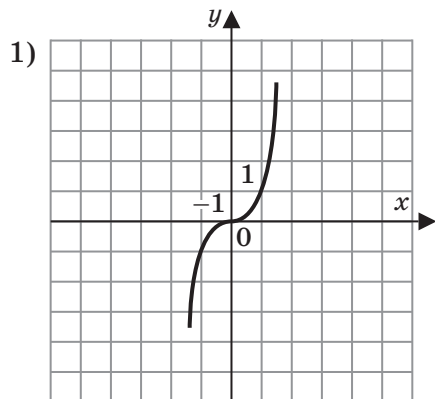
ФУНКЦИИ

A) $y = (x - 1)^3$

Б) $y = (x + 1)^3$

В) $y = x^3$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ

- 12** Если на нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый блок, подвешены два груза неравной массы m_1 и m_2 ($m_2 > m_1$), то ускорение a_c центра масс системы находится по формуле $a_c = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \right)^2 \cdot g$, где $g = 10 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения.

Найдите массу меньшего груза, если масса большего груза равна 3 кг, а ускорение системы грузов — $0,4 \text{ м/с}^2$. Ответ дайте в килограммах.

Ответ _____

- 13** Решите систему неравенств $\begin{cases} 8x + 25 > 0; \\ 5x - 8 < 0. \end{cases}$

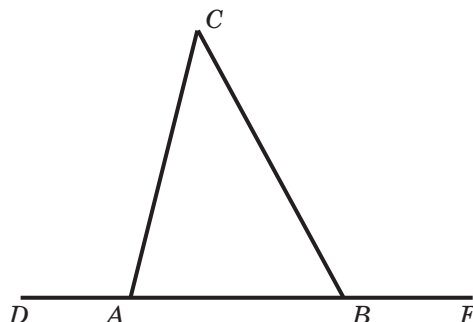
В ответе запишите сумму целых решений системы.

Ответ _____

- 14** Девятиклассник Алексей, готовясь к экзамену по математике, начал решать задачи, причём каждый день количество задач увеличивалось на одно и то же число. Через неделю выяснилось, что общее количество решённых им задач больше 43, но меньше 50. Найдите количество задач, решённых Алексеем в четвёртый день.

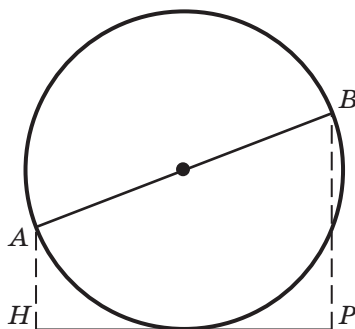
Ответ _____

- 15** Сумма внешних углов CAD и CBF треугольника ABC равна 236° . Найдите величину угла ACB . Ответ дайте в градусах.



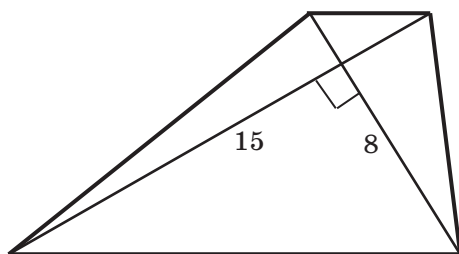
Ответ _____

- 16** Концы диаметра AB удалены от касательной HP на расстояния $AH = 1,6$, $BP = 2,4$. Найдите длину диаметра AB .



Ответ _____

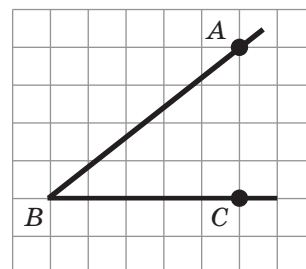
- 17** Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке, длины диагоналей которой заданы.



Ответ _____

- 18** Найдите значение выражения $\sqrt{41}(\sin B + \cos B)$, где B — острый угол, изображённый на рисунке.

Ответ _____



- 19** Дан четырёхугольник $ABCD$. Укажите верные утверждения.

- 1) Вокруг любого четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность.
- 2) Вокруг любого четырёхугольника $ABCD$, такого, что $\angle A + \angle C = 180^\circ$, можно описать окружность.
- 3) Вокруг любого четырёхугольника $ABCD$, такого, что $\angle A + \angle B = 180^\circ$, можно описать окружность.
- 4) Вокруг любого четырёхугольника $ABCD$, такого, что $\angle A + \angle D = 180^\circ$, можно описать окружность.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ _____



Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

20 Решите уравнение $(x^2 + 5x)^2 - 2(x^2 + 5x) - 24 = 0$.

21 Катер прошёл против течения реки 16 км и вернулся обратно, затратив на обратный путь на $\frac{1}{3}$ часа меньше, чем против течения. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 2 км/ч.

22 Постройте график функции $y = (x - 3) \cdot |x - 1|$.

Определите, при каких значениях параметра c прямая, заданная уравнением $y = c$, имеет с графиком функции более одной общей точки.

23 В равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями $AD = 14$, $BC = 6$ и боковой стороной $AB = 6$ проведена диагональ AC . В каждый из треугольников ADC и ACB вписаны окружности. Найдите расстояние между точками касания окружностей и диагональю AC .

24 Докажите, что сумма длин перпендикуляров, проведённых из произвольной точки M , лежащей на стороне прямоугольника $ABCD$, к его диагоналям, не зависит от положения точки M .

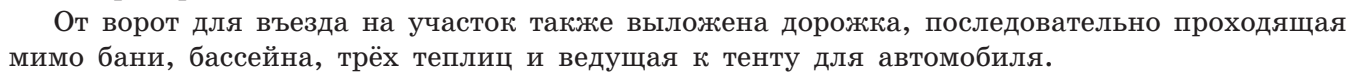
25 Площадь равнобедренной трапеции, в которую можно вписать окружность, равна 144,5. Острый угол при основании трапеции равен 30° . Найдите радиус окружности.



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Часть 1

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	Жилой дом	Баня	Теплицы	Хозблок
Цифры				

О т в е т _____

- 2 Определите объём бассейна на участке, если его высота равна 1,2 м. Ответ дайте в кубических метрах.

О т в е т _____

- 3 Используя масштаб, заданный на рисунке, укажите площадь дачного участка. Ответ дайте в гектарах (1 га = 100 м · 100 м).

О т в е т _____

- 4 Укажите расстояние, которое нужно пройти по дорожке от калитки до хозблока. Ответ дайте в метрах.

О т в е т _____

- 5 Владелец хочет обнести участок забором из специального профнастила, причём внешнюю сторону забора, кроме калитки и ворот, выполнить из профнастила сорта премиум, а другие стороны — из профнастила сорта стандарт. Калитку и ворота хозяин участка хочет сделать деревянными. При этом фирма, устанавливающая забор, предоставляет скидку на стоимость профнастила. Используя данные, приведённые в таблице, рассчитайте стоимость забора.

Вид материала	Стоимость погонного метра забора, руб.	Скидка, % от общей цены материала
Профнастил премиум	1340	5
Профнастил стандарт	1062	10
Дерево премиум	1542	нет

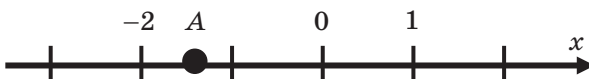
Ответ дайте в рублях.

О т в е т _____

- 6 Найдите значение выражения $\left(\frac{5}{18} + \frac{4}{9}\right) \cdot 0,009 : 2,6$.

О т в е т _____

- 7 На координатной прямой отмечена точка A.



Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка A ?

- 1) $-\sqrt{6}$ 2) $-\sqrt{5}$ 3) $-\sqrt{2}$ 4) -2

Ответ

- 8 Найдите значение выражения $\frac{x+5}{x^2-1,75}$ при $x = \frac{4}{3}$.

Ответ _____

- 9 Решите уравнение $|2x-1|=|x+3|$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Ответ _____

- 10 Среди 400 изделий, произведённых фабрикой, в среднем 399 соответствуют стандарту. Какова вероятность того, что выбранное изделие будет нестандартным?

Ответ _____

- 11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

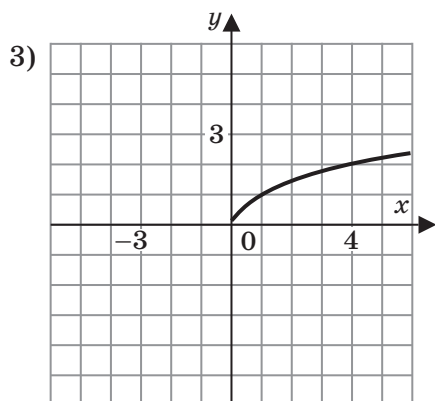
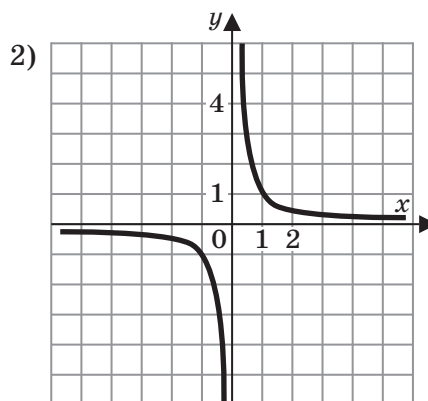
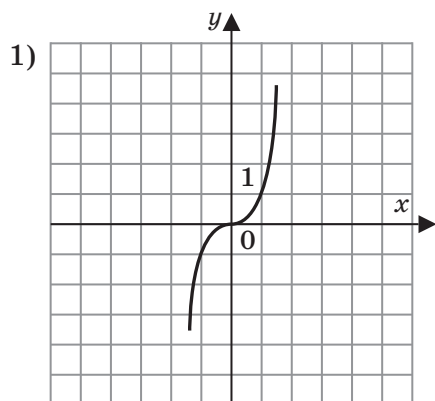
ФУНКЦИИ

A) $y = \frac{1}{x}$

Б) $y = \sqrt{x}$

В) $y = x^3$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ

А	Б	В

- 12** Если два баллона с инертными газами объёмом V_1 м³ и V_2 м³, давление в которых равно P_1 кПа и P_2 кПа соединить трубкой с краном, то после открытия крана давление P , установившееся в баллонах, находится по формуле $P = \frac{P_1 \cdot V_1 + P_2 \cdot V_2}{P_1 + P_2}$. Найдите

объём первого баллона, если объём второго баллона $V_2 = 7$ м³, давления $P_1 = 10$ кПа, $P_2 = 15$ кПа, а установившееся давление $P = 13$ кПа. Ответ дайте в кубических метрах.

О т в е т _____

- 13** Решите систему неравенств $\begin{cases} x^2 - 7x + 10 \leq 0; \\ x^2 - 9x + 18 \leq 0. \end{cases}$

В ответе укажите наибольшее целое решение системы.

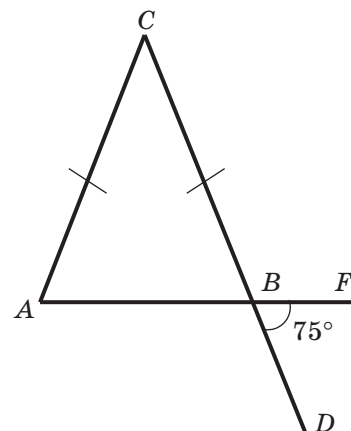
О т в е т _____

- 14** Работница птицефабрики решила разложить собранные из-под несушек куриные яйца в коробки различной вместимости. В бóльшую коробку вошла половина собранных яиц и ещё пол-яйца. В следующую коробку вошла половина оставшихся яиц и ещё пол-яйца. И так далее. Все собранные яйца поместились в 7 коробок. Сколько яиц было собрано?

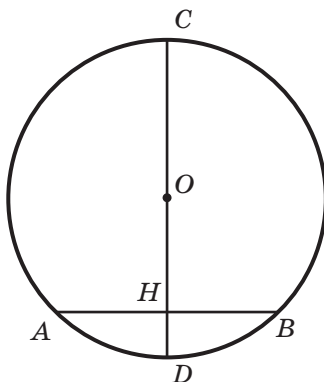
О т в е т _____

- 15** Угол FBD , вертикальный углу при вершине B равнобедренного треугольника ABC , где $CA = CB$, равен 75° . Найдите величину угла ACB . Ответ дайте в градусах.

О т в е т _____

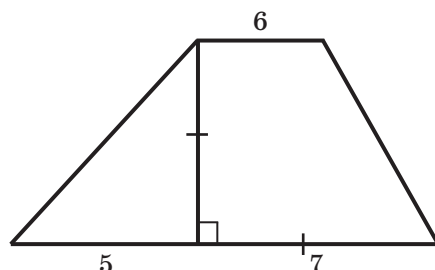


- 16** Хорда AB , перпендикулярная диаметру CD окружности с центром в точке O , делит диаметр на отрезки $CH = 36$, $HD = 4$. Найдите длину хорды AB .



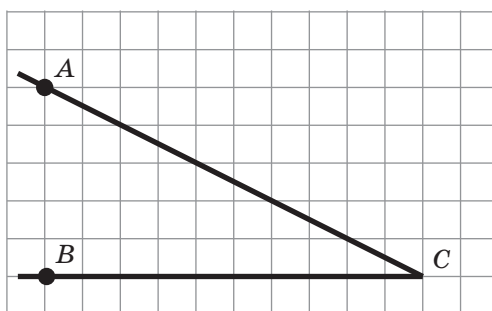
О т в е т _____

- 17 Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



Ответ _____

- 18 Найдите тангенс острого угла ACB , изображённого на рисунке.



Ответ _____

- 19 Стрелка неоткалиброванных весов при любом взвешивании отклоняется от истинного значения в одну и ту же сторону на одну и ту же определённую величину. Результаты взвешивания на этих весах огурца, баклажана, помидора и луковицы составили соответственно 100, 220, 90 и 70 граммов. При взвешивании на контрольных весах на одну чашку были положены баклажан, помидор и луковица, а на другую — огурец. Для установления равенства к огурцу пришлось добавить 274 грамма в виде гирь. Укажите верные утверждения.

- 1) Истинный вес огурца 100 граммов.
- 2) Истинный вес огурца 97 граммов.
- 3) Истинный вес помидора 93 грамма.
- 4) Истинный вес помидора 87 граммов.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ _____



Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

20 Решите уравнение $x^4 + 4x^2 - 5 = 0$.

21 Катер прошёл 48 км против течения реки и вернулся обратно, затратив на весь путь 10 часов. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки 2 км/ч.

22 Постройте график функции $y = x + \frac{|x-1|}{x-1}$.

Определите, при каких значениях параметра c прямая, заданная уравнением $y = cx$, имеет с графиком функции более одной общей точки.

23 В трапеции $ABCD$ с основаниями $AD = 14$, $BC = 9$ и боковыми сторонами $AB = 6$, $CD = 7$ проведена диагональ AC . В каждый из треугольников ADC и ACB вписаны окружности. Найдите расстояние между точками касания окружностей и диагональю AC .

24 Докажите, что сумма квадратов расстояний от произвольной точки M плоскости до вершин A и C прямоугольника $ABCD$ равна сумме квадратов расстояний до вершин B и D .

25 Две окружности пересекаются в точках A и B . Через точку B проведена прямая, пересекающая окружности в точках C и D , лежащих по разные стороны от прямой AB . Касательные к этим окружностям, проведённые через точки C и D , пересекаются в точке E . Найдите AC , если $AB = 12$, $AD = 21$, $AE = 35$.



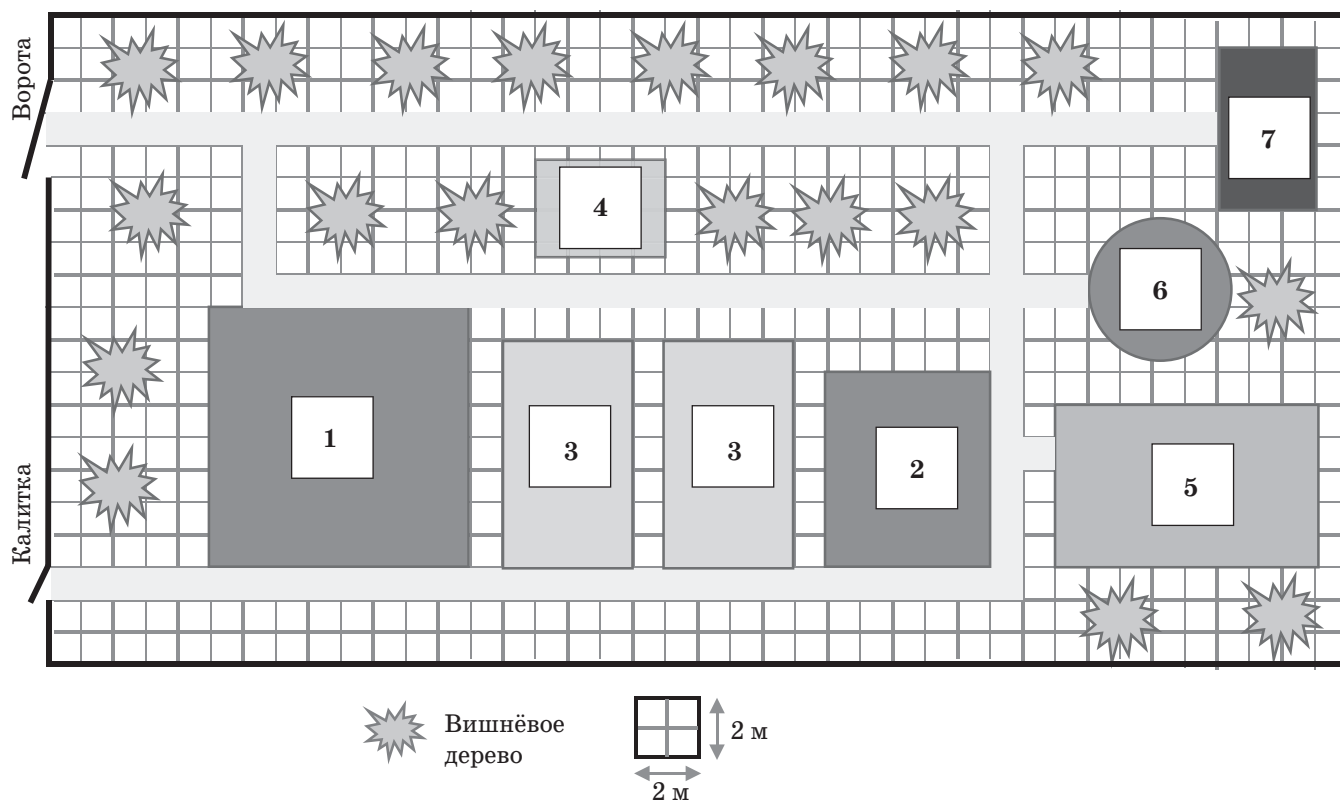
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

ВАРИАНТ 4

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На дачном участке одного из подмосковных СНТ владельцем был построен большой двухэтажный дом. Участок обнесён деревянным забором, в котором сделаны входная калитка и въездные ворота. Дорога от ворот ведёт к навесу для автомобиля, проходя мимо беседки. Вдоль дороги и на участке посажены вишнёвые деревья. Дорожка от калитки проходит мимо дома, грядки овощных культур, бани, а после поворота справа остаётся хозблок, а за ним бассейн.

- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	Жилой дом	Беседка	Бассейн	Баня
Цифры				

Ответ _____

- 2 Найдите ширину ворот, ведущих на участок. Ответ дайте в метрах.

О т в е т _____

- 3 Используя масштаб, указанный на плане участка, найдите площадь дачного участка. Ответ дайте в гектарах (1 га = 100 м · 100 м).

О т в е т _____

- 4 Найдите длину дорожки, ведущей от въездных ворот до бассейна. Ответ дайте в метрах.

О т в е т _____

- 5 Владельцы участков СНТ решили улучшить дорожное покрытие. Для этого требуется перевезти груз сыпучих материалов массой 113 тонн. В распоряжении транспортной компании находятся машины 3 типов, данные о которых приведены в таблице.

Тип машины	Грузоподъёмность, т	Стоимость рейса, руб.
1	3	2000
2	4	3000
3	7	5000

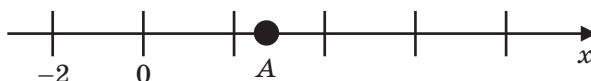
Какова будет наименьшая оплата перевозки груза, если известно, что машины загружаются полностью? Ответ дайте в тысячах рублей.

О т в е т _____

- 6 Найдите значение выражения $0,5 : 1,25 + 3\frac{1}{2} \cdot 1,03$.

О т в е т _____

- 7 На координатной прямой отмечена точка A.



Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка A?

- 1) $\sqrt{7}$ 2) $\sqrt{}$ 3) $\sqrt{4}$ 4) $\sqrt{16}$

О т в е т

- 8 Найдите значение выражения $\frac{a^2 - 225}{15 - a}$, если $a = -7$.

О т в е т _____

9 Решите уравнение $x^3 + 2x^2 - 9x - 18 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

О т в е т _____

10 Среди 128 человек 70 знают английский язык, 60 — немецкий, 50 — знают оба языка. Какова вероятность того, что наудачу выбранный человек не знает ни одного иностранного языка?

О т в е т _____

11 Установите соответствие между уравнениями и их графиками.

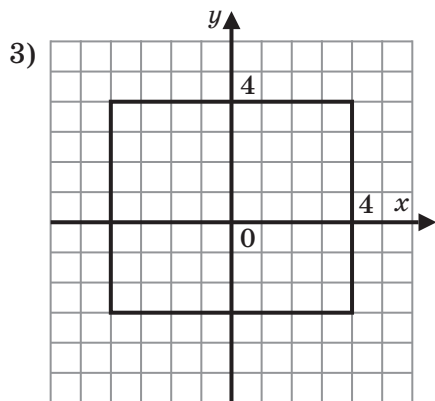
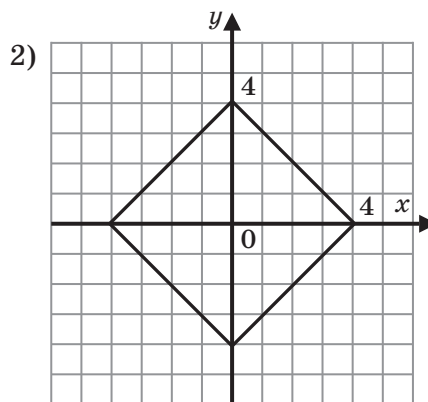
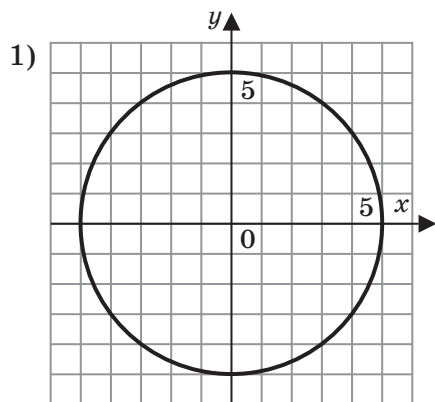
УРАВНЕНИЯ

А) $|x| + |y| = 4$

Б) $|x + y| + |x - y| = 8$

В) $x^2 + y^2 = 25$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

О т в е т

А	Б	В

12 Если при съёмке предмета фотоаппаратом с расстояния d_1 м высота предмета получается равной h_1 мм, а при съёмке того же предмета с расстояния d_2 м высота предмета получается равной h_2 мм, то фокусное расстояние F объектива вычисляется по формуле $F = \frac{h_1 d_1 - h_2 d_2}{h_1 - h_2}$. Определите фокусное расстояние F , если $d_1 = 4,25$ м, $h_1 = 2,5$ мм, $d_2 = 102,2$ см, $h_2 = 12,5$ мм. Ответ дайте в сантиметрах.

О т в е т _____

- 13 Решите систему неравенств $\begin{cases} 9x + 46 > 0; \\ x - 4 < 0. \end{cases}$

В ответе укажите наибольшее целое решение системы.

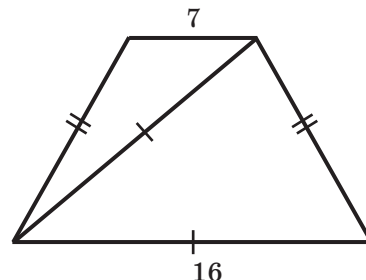
Ответ _____

- 14 Найдите наибольшее количество подряд идущих натуральных чисел, сумма которых равна 2019.

Ответ _____

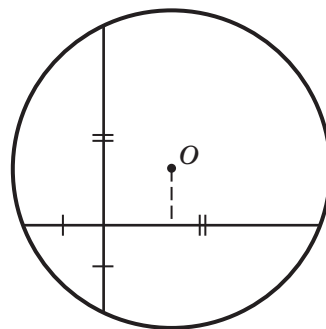
- 15 Найдите периметр равнобедренной трапеции, изображённой на рисунке, если длина её большего основания равна длине её диагонали.

Ответ _____



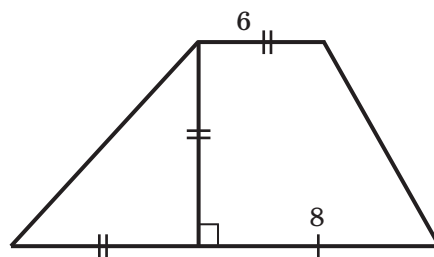
- 16 В окружности проведены две равные взаимно перпендикулярные хорды. Каждая из них делится другой хордой на два отрезка, меньший из которых равен 5. Найдите длину хорд, если расстояние от центра окружности до каждой хорды равно 2.

Ответ _____

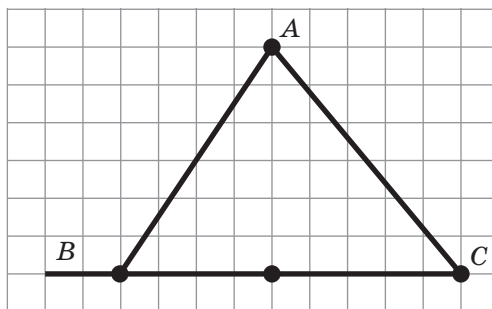


- 17 Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.

Ответ _____



- 18 Найдите сумму тангенсов острых углов ABC и ACB , изображённых на рисунке.



Ответ _____

- 19** За круглым столом сидят 6 человек, каждый из которых либо лжец, т. е. всегда лжёт, либо рыцарь, т. е. всегда говорит правду. Каждый из них сказал: «Мои соседи слева и справа разного типа». Укажите верные утверждения.

- 1) За столом могут сидеть 6 рыцарей.
- 2) За столом могут сидеть 6 лжецов.
- 3) За столом могут сидеть 2 рыцаря и 4 лжеца.
- 4) За столом могут сидеть 4 рыцаря и 2 лжеца.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

О т в е т _____



Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 20** Решите уравнение $(x+2)(x+3)(x-2) = -12$.

- 21** Два экскаватора, работая совместно, вырыли котлован за 24 дня, причём производительность первого была в 1,5 раза больше, чем у второго. За какое время мог бы вырыть весь котлован первый экскаватор, работая отдельно? Ответ дайте в часах.

- 22** Постройте график функции $y = \frac{x^3 - 1}{|x - 1|}$.

Определите, при каких значениях параметра c прямая, заданная уравнением $y = c$, имеет с графиком функции ровно одну общую точку.

- 23** В 9 утра из пункта A в пункт B выехал мотоциклист, и одновременно из пункта B в пункт A выехал автобус. Мотоциклист встретил автобус на расстоянии $\frac{1}{4}$ пути от B .

Доехав до пункта B в 11 часов, мотоциклист мгновенно развернулся и, двигаясь с той же скоростью, вернулся в пункт A , снова обогнав автобус. Найдите время, когда автобус прибыл в пункт A . (Мотоциклист и автобус движутся равномерно и прямолинейно.)

- 24** Дан ромб $ABCD$. Окружность радиуса R описана около треугольника ABD и проходит через центр окружности, вписанной в треугольник BCD . Докажите, что $\triangle BCD$ — равносторонний.

- 25** Дан ромб $ABCD$. Окружность радиуса $R = 8\sqrt[4]{3}$ описана около треугольника ABD и проходит через центр окружности, вписанной в треугольник BCD . Найдите площадь ромба.



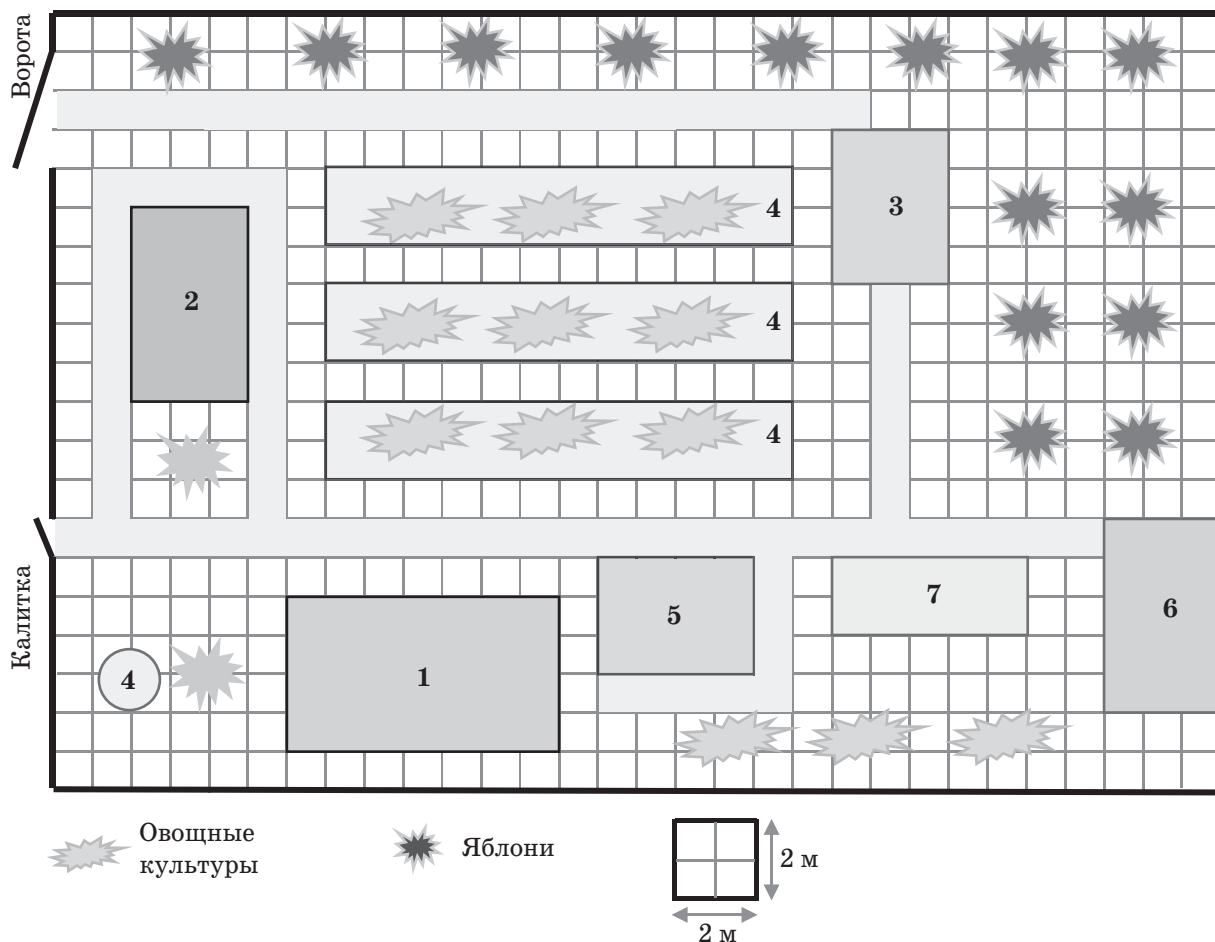
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

ВАРИАНТ 5

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На рисунке изображён план дачного участка, расположенного в одном из садоводческих товариществ Московской области. При входе на участок через калитку справа расположен круглый колодец. Далее справа находится жилой дом, за ним стоит беседка. За беседкой находится зона барбекю. Дорожка, ведущая от калитки, упирается в хозблок. Слева от входа расположена баня, вокруг которой проходит дорожка. Кроме того, на участке есть теплица, к которой ведёт дорожка от зоны барбекю. Между баней и теплицей расположены посадки овощных культур, а по периметру высажены плодовые кустарники.

- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	Жилой дом	Баня	Хозблок	Зона барбекю
Цифры				

Ответ _____

- 2 Найдите площадь дачного участка. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ _____

- 3 Найдите площадь, которую занимает на участке зона барбекю. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ _____

- 4 Найдите длину дорожки от калитки до хозблока. Ответ дайте в метрах.

Ответ _____

- 5 Владелец дачного участка в среднем собирает 50 кг яблок с каждой яблони. Заменяв соковыжималкой ручной пресс для отжима, он надеется получить большее количество сока. Данные о производительности устройств приведены в таблице.

	Выход сока, % от массы сырья	Потери при подготовке, % от массы сырья
Ручной пресс	40	10
Соковыжималка	50	8

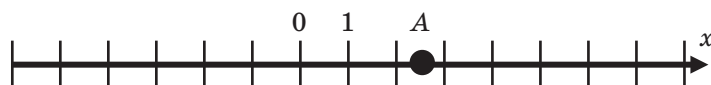
Используя данные, определите, на какое количество увеличится масса полученного сока. Ответ дайте в килограммах.

Ответ _____

- 6 Найдите значение выражения $\frac{7}{15} \cdot \frac{3}{2}$.

Ответ _____

- 7 На координатной прямой отмечена точка A.



Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка A?

- 1) 0,7 2) 2,5 3) π 4) $\sqrt{2}$

Ответ

- 8 Найдите значение выражения $a + \frac{3b - 4a^2}{4a}$ при $a = 3$, $b = 20$.

О т в е т _____

- 9 Решите уравнение $x^2 - x - 6 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

О т в е т _____

- 10 Школьники Вася, Петя, Коля и Лёша бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет Вася.

О т в е т _____

- 11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

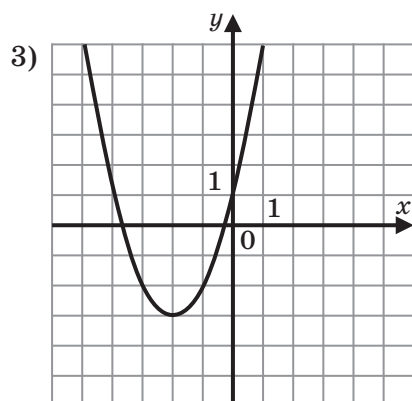
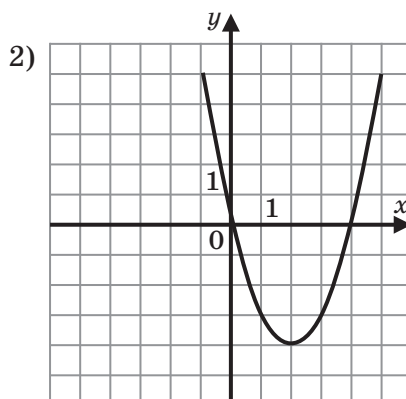
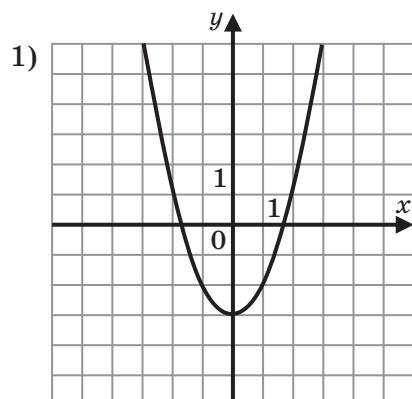
ФУНКЦИИ

А) $y = x^2 + 4x + 1$

Б) $y = x^2 - 3$

В) $y = x^2 - 4x$

ГРАФИКИ



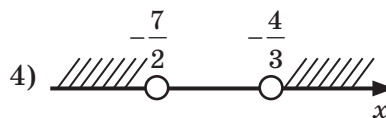
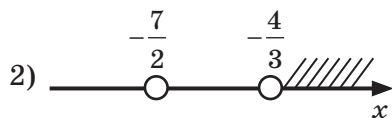
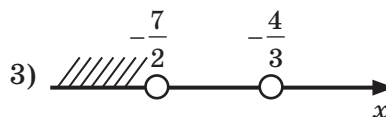
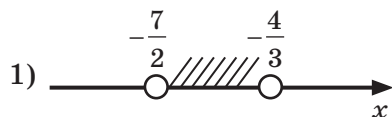
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

О т в е т	А	Б	В

- 12 При прохождении одного и того же участка пути автобус из пункта A в пункт B двигался со скоростью v_1 , а обратно — со скоростью v_2 . Средняя скорость движения в этом случае не зависит от расстояния между пунктами и вычисляется по формуле $\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} = \frac{2}{v_{\text{ср}}}$. Найдите среднюю скорость движения автобуса, если $v_1 = 40$ км/ч, $v_2 = 60$ км/ч. Ответ дайте в км/ч.

О т в е т _____

- 13 Укажите решение системы неравенств $\begin{cases} 2x+7 > 0; \\ 3x+4 < 0. \end{cases}$



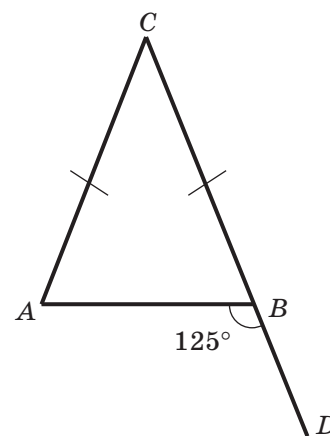
О т в е т

- 14 При установке освещения 10 мачт были сложены рядом с местом установки первой мачты. После установки первой оставшиеся были развезены по одной на место установки погрузчиком, который может за один раз отвезти только одну мачту. Расстояния между местами установок — 100 метров. Погрузчик, переместив очередную мачту, возвращается за следующей к месту их выгрузки. После установки последней погрузчик снова возвратился к исходному положению. Пренебрегая расстоянием, требующимся для поворота, найдите общее расстояние, пройденное погрузчиком. Ответ дайте в метрах.

О т в е т _____

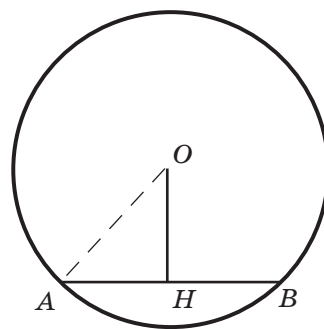
- 15 В равнобедренном треугольнике ABC , $AC = BC$, внешний угол ABD при вершине B треугольника равен 125° . Найдите величину угла CAB треугольника. Ответ дайте в градусах.

О т в е т _____

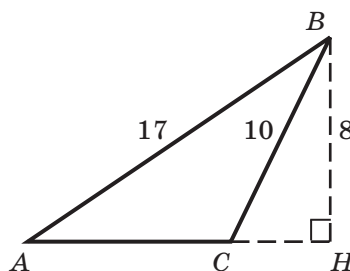


- 16 Найдите длину хорды AB окружности с центром в точке O , если радиус окружности равен 17, а расстояние от центра окружности до хорды равно 8.

Ответ _____

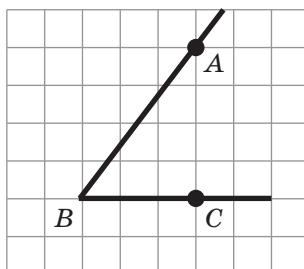


- 17 Найдите площадь треугольника ABC , изображённого на рисунке.



Ответ _____

- 18 Найдите синус острого угла ABC , изображённого на рисунке.



Ответ _____

- 19 Укажите, какие из перечисленных ниже утверждений верны для любого треугольника.

- 1) Сумма углов любого треугольника равна 180° .
- 2) В любом треугольнике найдётся угол, равный 90° .
- 3) В любом треугольнике найдётся угол, больший прямого.
- 4) В любом треугольнике найдётся угол, не меньший 60° .

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ _____



Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

20 Решите уравнение $x^4 = (2x + 3)^2$.

21 Из пункта A со скоростью 15 км/ч выехал велосипедист. Через 1 час следом за ним со скоростью 30 км/ч выехал мотоциклист. Найдите время, через которое мотоциклист догонит велосипедиста. Ответ дайте в часах.

22 Постройте график функции $y = \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 2}$.

Определите, при каких значениях параметра c прямая, заданная уравнением $y = c$, не имеет с графиком функции ни одной общей точки.

23 Катет прямоугольного треугольника равен 5, а проекция второго катета на гипотенузу равна 2,25. Найдите гипотенузу треугольника.

24 На медиане AM треугольника ABC как на диаметре построена окружность, проходящая через вершину C треугольника и пересекающая сторону AB в точке K . Докажите, что треугольник AMK прямоугольный.

25 Периметр равнобедренного треугольника равен 16. Длина медианы треугольника, проведённой к боковой стороне, равна $\sqrt{17}$. Найдите стороны треугольника.



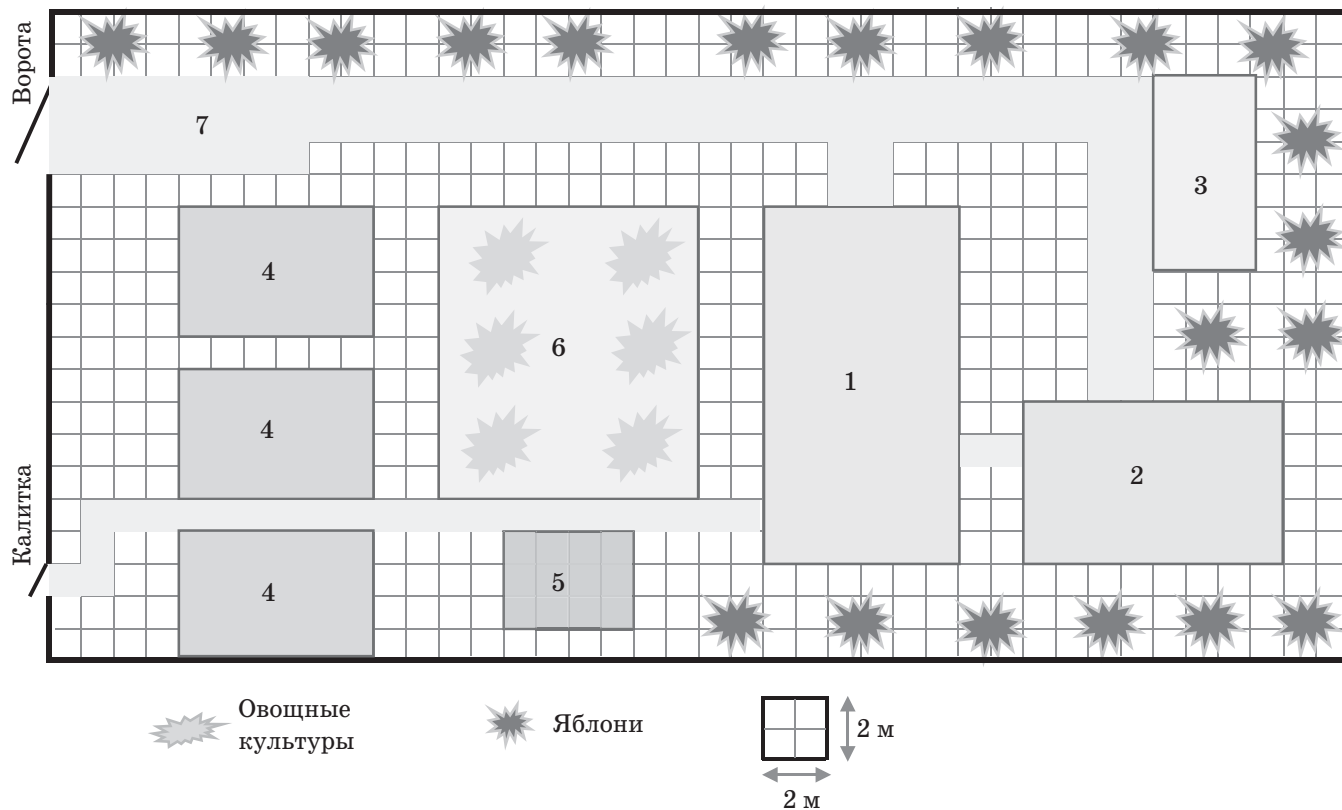
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

ВАРИАНТ 6

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На рисунке изображён план дачного участка, расположенного в одном из садоводческих товариществ Московской области. Дорога, покрытая плиткой, ведёт от ворот мимо главного двухэтажного дома к хозблоку и далее к гаражу. От дома отходят дорожки к гаражу, бане и въездной дороге. Участок обнесён забором, в котором сделаны ворота и задняя калитка. На участке находятся три одинаковые теплицы, а также отведено большое место для овощных культур, выращиваемых на свежем воздухе. Вдоль забора участка высажены фруктовые деревья и кустарники.

- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	Жилой дом	Баня	Хозблок	Гараж
Цифры				

Ответ _____

- 2 Найдите площадь дачного участка. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ _____

- 3 Найдите площадь, которую занимают на участке теплицы. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ _____

- 4 Найдите длину дорожки, ведущей от ворот участка до хозблока. Ответ дайте в метрах.

Ответ _____

- 5 Владелец дачного участка хочет установить в доме тёплые плёночные полы. Плёнка продаётся рулонами длиной 12 метров и шириной 0,5 метра. Стоимость рулона составляет 1823 рубля. Кроме того, требуется теплоизоляция, которая продаётся квадратными листами площадью 1 м^2 , стоимостью 177 рублей за метр. Кроме того, потребуется 2 упаковки специального соединительного скотча, стоимость упаковки которого равна 122 рублям. Владелец хочет сделать полы на обоих этажах дома. Найдите стоимость необходимых материалов. Ответ дайте в рублях.

Ответ _____

- 6 Найдите значение выражения $\frac{7}{15} : \frac{2}{3}$.

Ответ _____

- 7 На координатной прямой отмечена точка A.



Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка A?

- 1) 3,75 2) $\sqrt{17}$ 3) $\sqrt{13}$ 4) 6,75

Ответ

- 13 Найдите значение выражения $(b - 89)^2 + 356b - 1$, если $b = 11$.

Ответ _____

9 Решите уравнение $-x^2 + x + 20 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

О т в е т _____

10 В среднем из 1000 новых тарелок 7 имеют малозаметную трещину. Найдите вероятность того, что случайно выбранная новая тарелка не имеет трещин.

О т в е т _____

11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

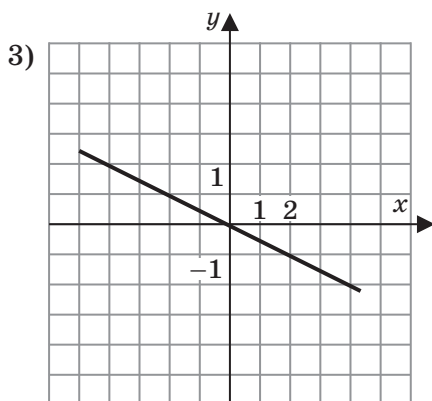
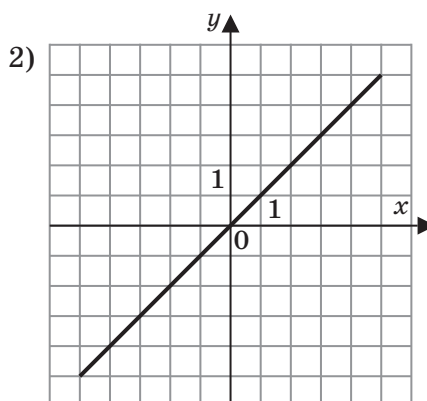
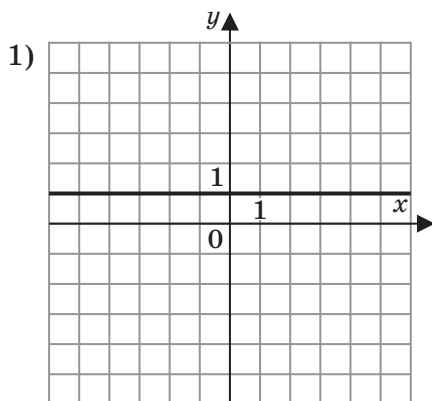
ФУНКЦИИ

A) $y = x$

Б) $y = -\frac{1}{2}x$

В) $y = 1$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

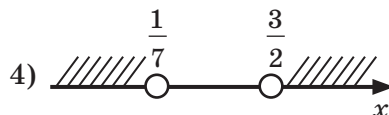
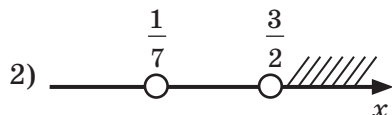
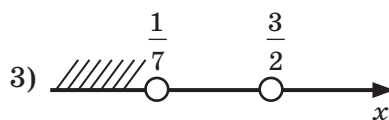
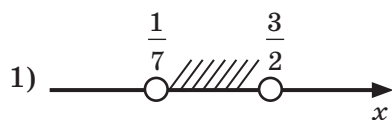
О т в е т	А	Б	В

12 При параллельном соединении резисторов с сопротивлением R_1 , R_2 , R_3 общее сопротивление соответствующего участка цепи вычисляется по формуле $R_0 = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$.

Известно, что $R_0 = 1$, $R_1 = 6$, $R_2 = 3$ Ом. Найдите R_3 . Ответ дайте в омах.

О т в е т _____

- 13 Укажите решение системы неравенств: $\begin{cases} 7x - 1 > 0; \\ 2x - 3 < 0. \end{cases}$



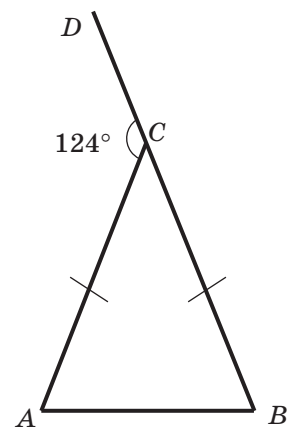
Ответ

- 14 Группа спортсменов приняла участие в легкоатлетической эстафете, проводимой по правилу: первый спортсмен пробегает дистанцию, равную 100 метрам, второй пробегает на 100 метров больше первого, третий — на 100 метров больше второго и т. д. Всего участники пробежали 5500 метров. Сколько спортсменов участвовало в эстафете?

Ответ _____

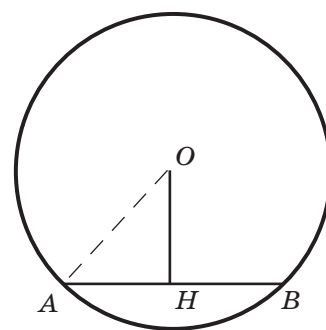
- 15 В равнобедренном треугольнике ABC , $AC = BC$, внешний угол ACD при вершине C равен 124° . Найдите величину угла CBA треугольника.

Ответ _____



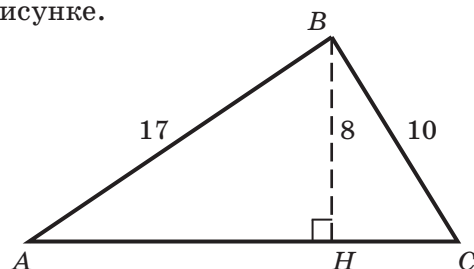
- 16 Расстояние от центра окружности O до середины H хорды AB равно $\sqrt{41}$. Найдите радиус окружности, если длина хорды $AB = 40$.

Ответ _____



- 17 Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке.

Ответ _____

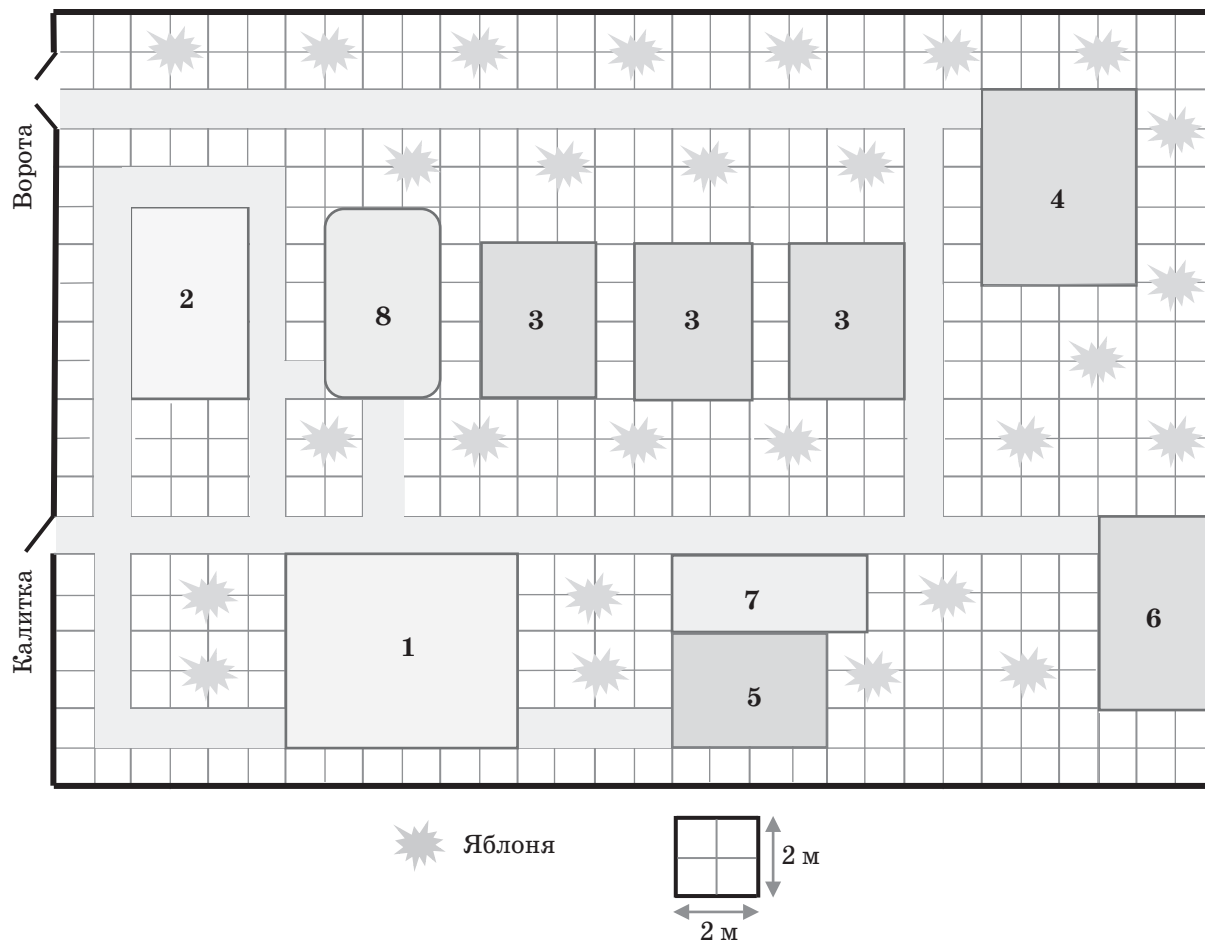


ВАРИАНТ 7

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На рисунке изображён план дачного участка, расположенного в одном из садоводческих товариществ Московской области. На участке разбит яблоневый сад. От калитки к хозяйскому дому ведёт дорожка, проходящая мимо главного двухэтажного дома, далее — мимо зоны барбекю, за которой расположена беседка.

От ворот для въезда на участок также проходит дорожка, последовательно ведущая мимо бани, бассейна, трёх теплиц к тенту для автомобиля.

- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	Жилой дом	Баня	Теплицы	Тент для автомобиля
Цифры				

Ответ _____

- 2 Определите количество яблонь на участке.

Ответ _____

- 3 Используя масштаб, заданный на рисунке, укажите площадь дачного участка. Ответ дайте в гектарах ($1 \text{ га} = 100 \text{ м} \cdot 100 \text{ м}$).

Ответ _____

- 4 Укажите расстояние, которое нужно пройти по дорожке от калитки до хозблока. Ответ дайте в метрах.

Ответ _____

- 5 Владелец хочет обнести участок забором из специального профнастила, причём внешнюю сторону забора, кроме калитки и ворот, выполнить из профнастила сорта премиум, а другие стороны — из профнастила сорта стандарт. Калитку и ворота хозяин участка хочет сделать деревянными. При этом фирма, устанавливающая забор, предоставляет скидку на стоимость профнастила. Используя данные, приведённые в таблице, рассчитайте стоимость забора. Ответ дайте в рублях.

Вид материала	Стоимость погонного метра забора, руб.	Скидка, % от общей цены материала
Профнастил премиум	1360	5
Профнастил стандарт	1162	10
Дерево премиум	1642	нет

Ответ _____

- 6 Найдите значение выражения $4,7 - \frac{1}{5}$.

Ответ _____

- 7 На координатной прямой отмечена точка A.



Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка A?

- 1) $\sqrt{13}$ 2) 2,9 3) $2\sqrt{2}$ 4) 4,75

Ответ

- 8 Найдите значение выражения $\frac{(a-23)^2+92a}{a+23}+2$ при $a=2$.

Ответ _____

- 9 Решите уравнение $2x^2 - 7x + 3 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите тот, который равен целому числу.

Ответ _____

- 10 В эксперименте игральный кубик бросают один раз. Найдите вероятность того, что выпадет число, меньшее чем 4.

Ответ _____

- 11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

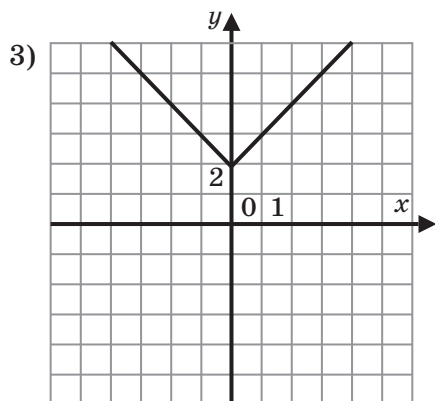
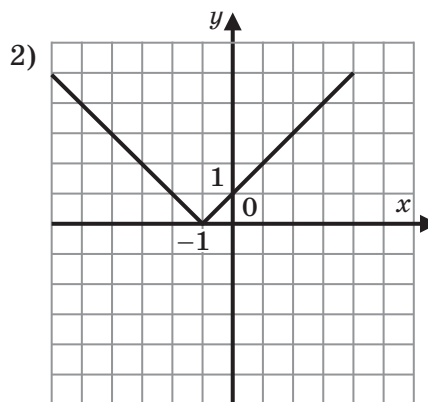
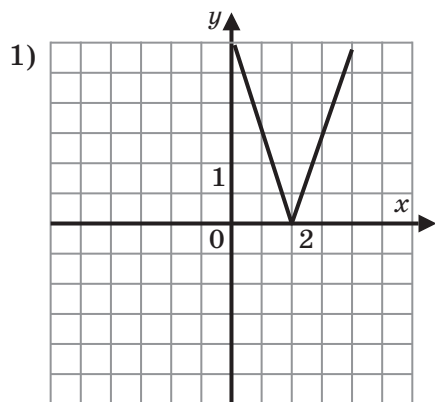
ФУНКЦИИ

А) $y = |x+1|$

Б) $y = 3|x-2|$

В) $y = |x|+2$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

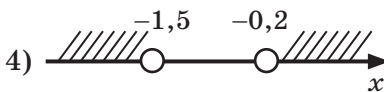
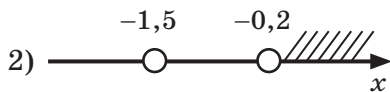
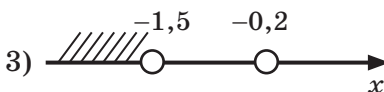
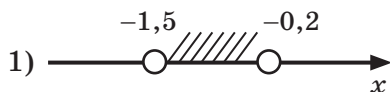
А	Б	В

Ответ

- 12** Два баллона, объёмы которых V_1 и V_2 , содержат газы при одинаковой температуре T и давлении P_1 и P_2 . Если баллоны соединить трубкой с краном, то после открытия крана давление, установившееся в полученной системе, будет равно $P = \frac{P_1 \cdot V_1 + P_2 \cdot V_2}{V_1 + V_2}$.
Найдите установившееся давление, если известно, что $P_1 = 2$ кПа, $V_1 = 8$ м³, $P_2 = 4$ кПа, $V_2 = 12$ м³. Ответ дайте в кПа.

О т в е т _____

- 13** Укажите решение системы неравенств $\begin{cases} 5x+1 > 0; \\ 2x+3 > 0. \end{cases}$



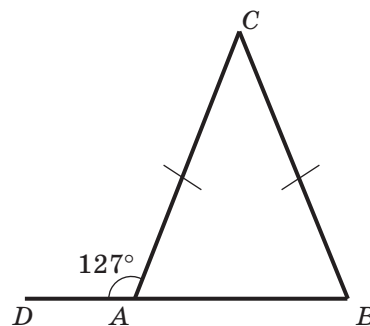
О т в е т ☐

- 14** Катя подсчитала, что если в первый день она прочтёт 5 страниц, а далее каждый день будет читать на 2 страницы больше, чем в предыдущий день, то она прочтёт книгу ровно за две недели. Сколько страниц в книге?

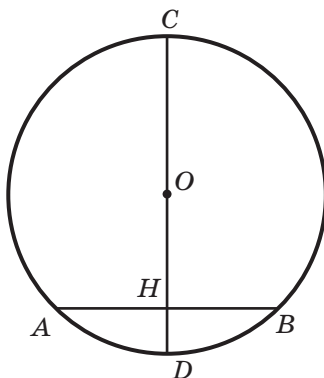
О т в е т _____

- 15** Внешний угол CAD при вершине A равнобедренного треугольника ABC , $CA = CB$, равен 127° . Найдите величину угла ACB треугольника. Ответ дайте в градусах.

О т в е т _____

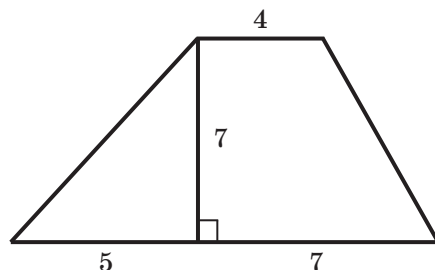


- 16** Хорда AB , перпендикулярная диаметру CD окружности с центром в точке O , делит диаметр на отрезки $CH = 16$, $HD = 4$. Найдите длину хорды AB .



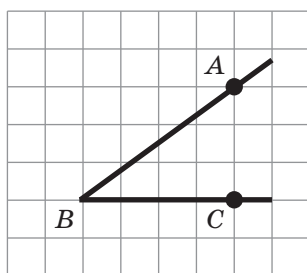
О т в е т _____

- 17 Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



Ответ _____

- 18 Найдите косинус острого угла B , изображённого на рисунке.



Ответ _____

- 19 Дан правильный шестиугольник $ABCDEF$. Укажите верные утверждения.

- 1) $AD = 2AB$
- 2) $AC = 2AB$
- 3) $BE \perp AC$
- 4) $BE \perp AD$

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ _____



Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

20 Решите уравнение $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$.

21 Двое рабочих выполнили норму за 11 дней, причём последние три дня работал только первый рабочий. Известно, что за первые 7 дней они вместе выполнили 80% нормы. За сколько дней первый рабочий может выполнить норму, работая самостоятельно?

22 Постройте график функции $y = \frac{2x+2}{x^2+3x+2}$.

Определите, при каких значениях параметра c прямая, заданная уравнением $y = c$, не имеет с графиком функции ни одной общей точки.

23 Катет прямоугольного треугольника равен 6, а медиана треугольника, проведённая к этому катету, равна 5. Найдите гипотенузу треугольника.

24 Около равнобедренного треугольника ABC , $AB = BC$, $\angle ABC = 30^\circ$ описана окружность Ω , центр которой лежит в точке O . Из вершины A проведён диаметр AD окружности Ω .

Докажите, что BC — биссектриса угла OCD .

25 Окружность касается сторон AB и AD прямоугольника $ABCD$, пересекает сторону CD в точке N и проходит через вершину C прямоугольника. Найдите площадь четырёхугольника $ANCB$, если $AB = 9$, $AD = 8$.



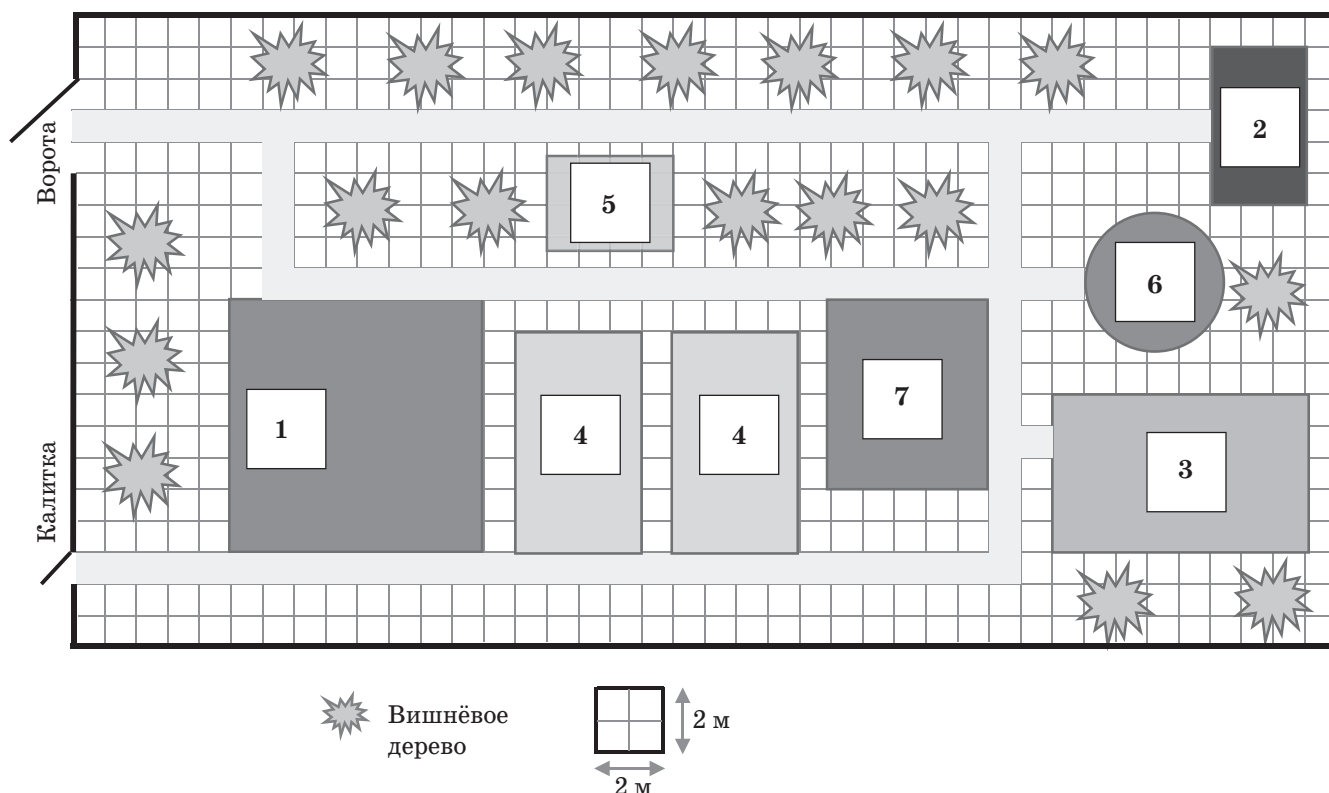
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

ВАРИАНТ 8

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На дачном участке одного из подмосковных СНТ владельцем был выстроен большой двухэтажный дом. Участок был обнесён деревянным забором, в котором сделана входная калитка и въездные ворота. Дорога от ворот ведёт к навесу для автомобиля, проходя мимо беседки. Вдоль дороги и на участке посажены вишнёвые деревья. Дорожка от калитки проходит мимо дома, грядок овощных культур, а после поворота — мимо хозблока, бани и ведёт к бассейну.

- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	Жилой дом	Баня	Хозблок	Беседка
Цифры				

Ответ _____

- 2 Найдите количество вишнёвых деревьев, высаженных на участке.

Ответ _____

- 3 Используя масштаб, указанный на плане участка, найдите площадь дачного участка. Ответ дайте в гектарах ($1 \text{ га} = 100 \text{ м} \cdot 100 \text{ м}$).

Ответ _____

- 4 Найдите длину дорожки, ведущей от въездных ворот до навеса для автомобиля.

Ответ _____

- 5 Проводя ремонт, владелец дома решил поменять полы на первом и втором этажах. Для этого он выбрал половые доски длиной 3 и 5 метров, ширина которых 120 мм. Стоимость за квадратный метр и стоимости упаковки (7 штук досок) пиломатериалов приведены в таблице.

Половая доска		
Длина, м	Ширина, мм	Цена, руб./уп.
3	120	855
5	120	1426

При ремонте необходимо закладывать 5% рассчитанной площади на исправления. Найдите стоимость пиломатериалов, необходимых для ремонта.

Ответ _____

- 6 Найдите значение выражения $6,9 + \frac{1}{5}$.

Ответ _____

- 7 На координатной прямой отмечено число a .



Какие из приведённых ниже утверждений для данного числа являются верными?

- 1) $a < -0,5$ 2) $0,7 - a > 0$ 3) $a < -1,7$ 4) $-1 - a > 0$

Ответ ☐

- 8 Найдите значение выражения $\frac{b}{a^2 + ab} + \frac{1}{a + b}$ при $a = \frac{1}{2}, b = 10$.

Ответ _____

9 Решите уравнение $\frac{7x+4}{5} - x = \frac{3x-5}{2}$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Ответ _____

- 10 Найдите вероятность того, что случайно выбранное трёхзначное число делится на 8. Ответ округлите до тысячных.

Ответ _____

- 11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

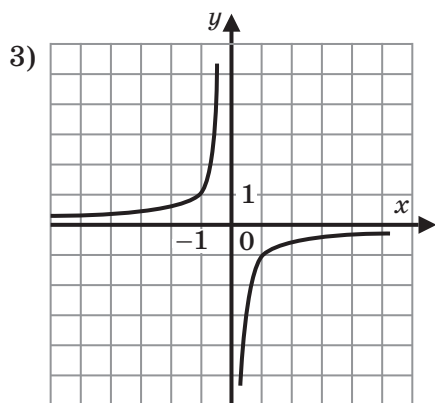
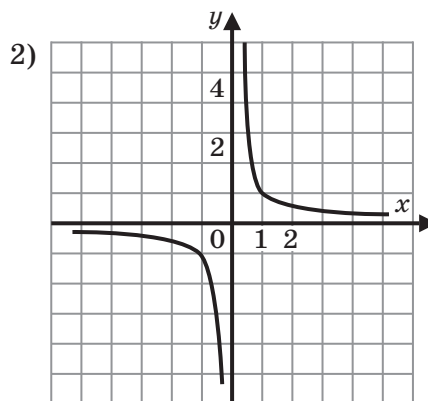
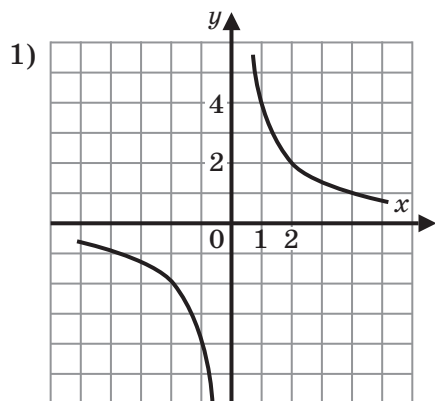
ФУНКЦИИ

А) $y = -\frac{1}{x}$

Б) $y = \frac{2}{x}$

В) $y = \frac{1}{x}$

ГРАФИКИ



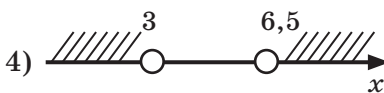
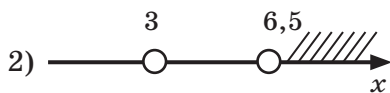
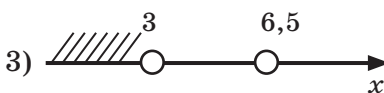
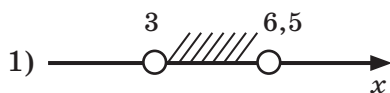
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

	А	Б	В
Ответ			

- 12 Скорость тела, брошенного вертикально вверх с начальным ускорением a м/с² и достигшего высоты H м, находится по формуле $v = \sqrt{2(a-g)H}$ м/с, где $g = 10$ м/с² — ускорение свободного падения. Известно, что на высоте $H = 25$ м скорость тела, движущегося вверх, стала равной 15 м/с. Найдите начальное ускорение тела. Ответ дайте в м/с².

Ответ _____

- 13 Укажите решение системы неравенств $\begin{cases} 13 - 2x > 0; \\ 3x - 9 < 0. \end{cases}$



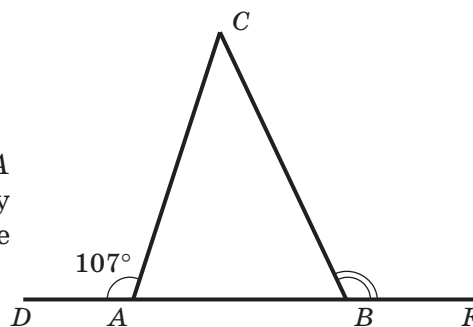
Ответ

- 14 Ася подсчитала, что если в первый день она прочтёт 5 страниц, а затем 10 дней подряд каждый день будет читать на 3 страницы больше, чем в предыдущий, то на 12-й день ей останется прочитать на 7 страниц меньше, чем в 11-й день. Сколько страниц останется прочитать Асе в 12-й день?

Ответ _____

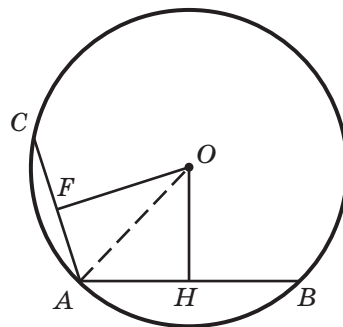
- 15 Сумма внешних углов CAD и CBF при вершинах A и B треугольника ABC равна 227° . Найдите величину $\angle ACB$ треугольника, если $\angle CAD = 107^\circ$. Ответ дайте в градусах.

Ответ _____



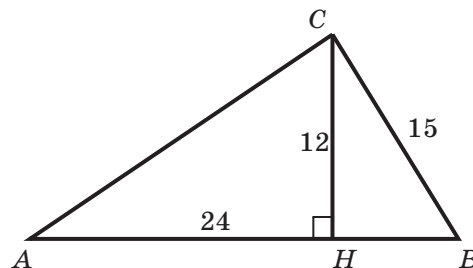
- 16 Из точки A , лежащей на окружности с центром в точке O , проведены хорды $AB = 48$ и $AC = 40$. Расстояние от центра окружности до хорды AB равно 7. Найдите расстояние от точки O до хорды AC .

Ответ _____

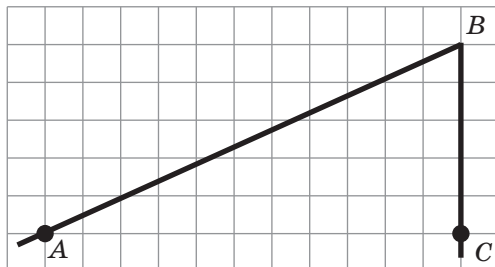


- 17 Найдите площадь прямоугольного треугольника, изображённого на рисунке.

Ответ _____



- 18 Найдите тангенс острого угла ABC , изображённого на рисунке.



Ответ _____

19 Дан правильный треугольник ABC , сторона которого равна $2\sqrt{3}$. Укажите верные утверждения.

- 1) Радиус описанной около треугольника окружности $R = \sqrt{3}$.
- 2) Радиус описанной около треугольника окружности $R = 2$.
- 3) Радиус вписанной окружности $r = 1$.
- 4) Радиус вписанной окружности $r = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

О т в е т _____



Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

20 Решите уравнение $(x^2 + x + 6)(x^2 + x - 4) = 144$.

21 От двух пристаней, расстояние между которыми 250 км, вышел теплоход, скорость которого 30 км/ч, а через 3 часа навстречу ему вышел катер, скорость которого 50 км/ч. Найдите, через какое время после выхода катера произойдёт встреча.

22 Постройте график функции $y = \frac{(x+2)(x^2 - 5x + 6)}{(x-2)}$.

Определите, при каких значениях параметра c прямая, заданная уравнением $y = c$, имеет с графиком функции одну общую точку.

23 Из вершины прямого угла C треугольника ACB к гипотенузе проведены медиана CM и высота CH . Найдите длину отрезка MH , если $AC = 3\sqrt{5}$, $BC = 6$.

24 В треугольнике ABC BL — биссектриса угла ABC . Окружность Ω , проходящая через вершину B и точку L , касается стороны AC и пересекает стороны BA и BC в точках K и M соответственно. Докажите, что четырёхугольник $AKMC$ — трапеция.

25 В треугольнике ABC медиана BM перпендикулярна биссектрисе CE . Найдите площадь треугольника, если $BM = 8$, $CE = 6$.



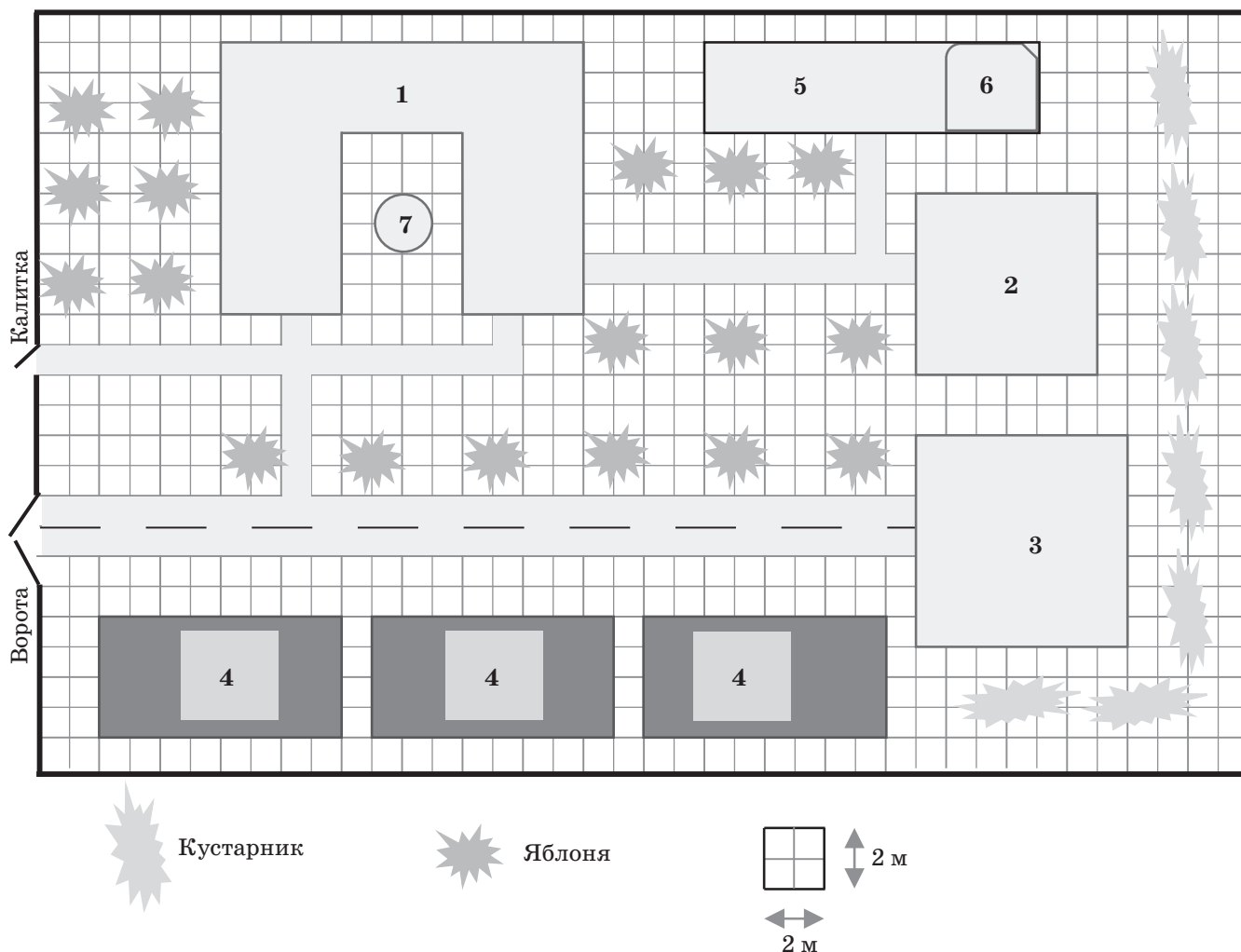
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

ВАРИАНТ 9

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На рисунке изображён план дачного участка, расположенного в одном из СНТ Московской области. Дорожка, ведущая от калитки, проходит мимо двухэтажного жилого дома, который на плане изображён в виде буквы «П». Во внутреннем дворе дома расположен колодец. Дорожка, отходящая от дома, ведёт к бане, а поворачивая налево, выводит к зоне отдыха, внутри которой расположена печь-барбекю.

Въездная дорога ведёт от ворот мимо теплиц к хозблоку. На участке высажены яблони и плодовые кустарники.

- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	Жилой дом	Баня	Хозблок	Печь-барбекю
Цифры				

Ответ _____

- 2 Найдите площадь дачного участка. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ _____

- 3 Найдите площадь, которую занимает на участке жилой дом. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ _____

- 4 Найдите длину дорожки, ведущей от ворот до хозблока. (Путь указан пунктиром.)
Ответ дайте в метрах.

Ответ _____

- 5 Владелец решил обнести бордюрным камнем с обеих сторон дорожку, ведущую от ворот к хозблоку, дорожку, которая ведёт от калитки к дому, а также дорожку между ними. Стоимость материалов приведена в таблице. Материалы приобретаются с запасом 5% от минимально необходимого количества.

Материал	Длина, мм	Стоимость, руб./шт.
Бордюрный камень	500	99

Найдите стоимость материалов, приобретённых для работ.

Ответ _____

- 6 Найдите значение выражения $2,1 + \frac{8}{15} \cdot 1\frac{5}{16}$.

Ответ _____

- 7 На координатной прямой отмечено число a .



Какие из приведённых ниже утверждений для данного числа являются верными?

- 1) $\frac{1}{2} < a < \frac{3}{4}$ 2) $\frac{3}{4} < a < 1$ 3) $\frac{1}{4} < a < \frac{1}{2}$ 4) $\frac{1}{4} < a < 1$

Ответ ☐

- 8 Найдите значение выражения $\frac{a^2 - b^2}{a + b} + \frac{a^3 + b^3}{a^2 - ab + b^2}$ при $a = 2,5$, $b = 0,375$.

Ответ _____

- 9 Решите уравнение $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Ответ _____

- 10 Монету бросают три раза. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно один раз.

Ответ _____

- 11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

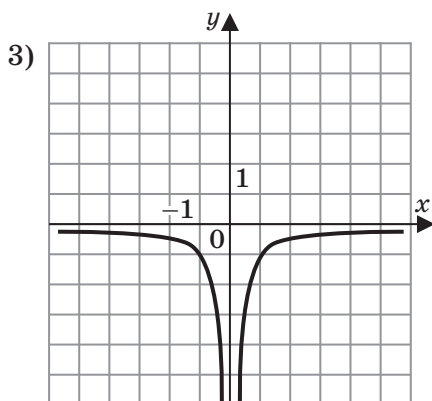
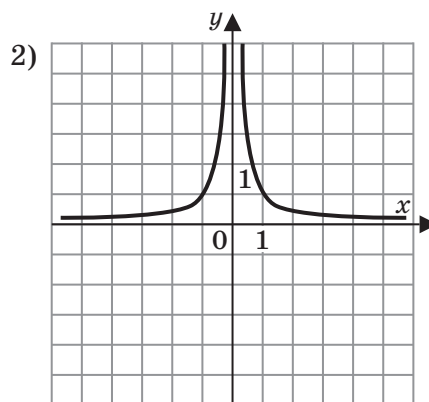
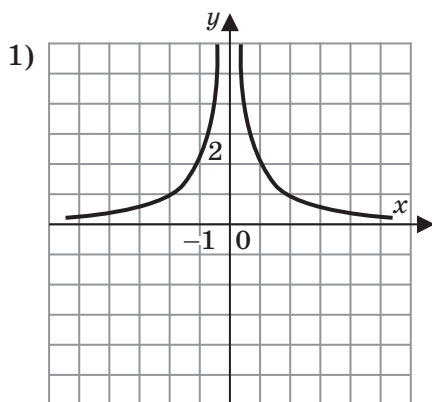
ФУНКЦИИ

A) $y = -\frac{1}{|x|}$

Б) $y = \frac{2}{|x|}$

В) $y = \frac{1}{|x|}$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ

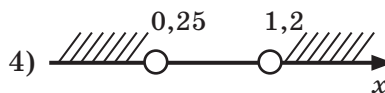
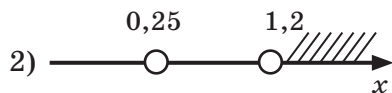
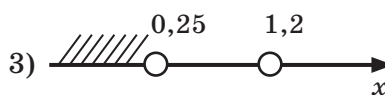
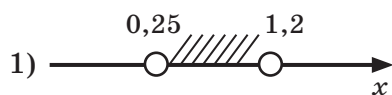
- 12** Оплата услуг оператора мобильной связи производится согласно тарифу, рассчитываемому по формуле:

$$P \text{ руб.} = 1,91 \text{ руб./мин} \cdot t_1 \text{ мин} + 2,68 \text{ руб./мин} \cdot t_2 \text{ мин} + 1,61 \text{ руб.} \cdot n,$$

где t_1 мин — время, затраченное пользователем на исходящие звонки внутри сети, t_2 мин — время, затраченное пользователем на исходящие на телефоны других операторов, n — количество SMS, отправленных пользователем. Найдите величину оплаты, если время звонков внутри сети составило 40 мин, на телефоны других операторов — 25 мин и было отправлено 12 SMS. Ответ дайте в рублях.

О т в е т _____

- 13** Укажите решение неравенства $\frac{5x-6}{4x-1} < 0$.

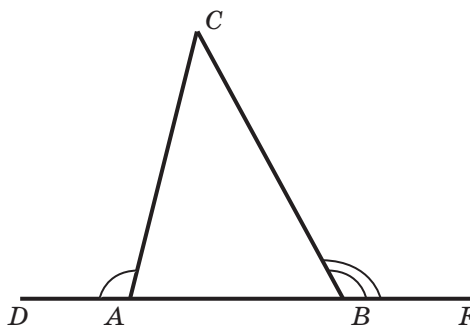


О т в е т ☐

- 14** Алексей в первый день тренировок сделал 4 отжимания. На следующий день он поленился и сделал на одно отжимание меньше, чем в первый день. Но на третий день он сделал на 2 отжимания больше, чем во второй. На четвёртый — на одно меньше, чем в третий, на пятый — на 2 больше, чем в четвёртый, и т. д. На какой день после начала занятий Алексей сделает 15 отжиманий?

О т в е т _____

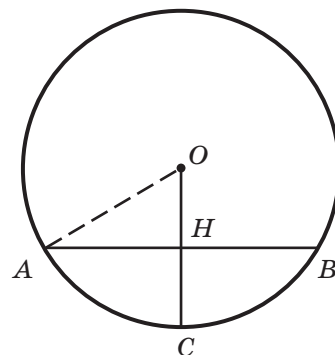
- 15** Сумма внешних углов CAD и CBF при вершинах A и B треугольника ABC равна 237° . Найдите величину угла ACB .



О т в е т _____

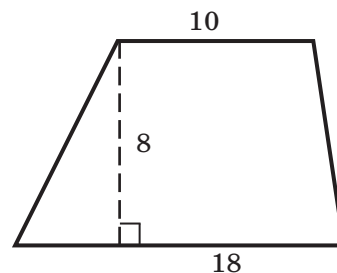
- 16 Хорда AB окружности перпендикулярна её радиусу OC и делит радиус пополам. Найдите длину радиуса окружности, если $AB = 17\sqrt{3}$.

Ответ _____

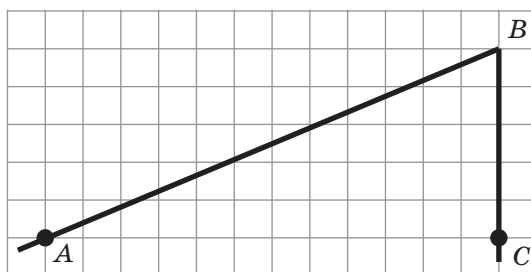


- 17 Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.

Ответ _____



- 18 Найдите величину $13\sin B$, где B — острый угол, изображённый на рисунке.



Ответ _____

- 19 Дан прямоугольный треугольник ABC , $\angle C = 90^\circ$. Укажите верные утверждения.

- 1) Квадрат любого катета треугольника равен разности квадратов его гипотенузы и второго катета.
- 2) Квадрат любого катета треугольника равен сумме квадратов его гипотенузы и второго катета.
- 3) Радиус окружности, описанной около треугольника, равен половине его гипотенузы.
- 4) Радиус вписанной в треугольник окружности равен половине его гипотенузы.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ _____



Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

20 Решите уравнение $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) = 360$.

21 Расстояние между пунктами A и B скорый поезд, следуя со скоростью 60 км/ч, проходит на 2 ч 15 мин быстрее пассажирского, скорость которого равна 40 км/ч. Найдите расстояние между пунктами A и B .

22 Постройте график функции $y = \frac{(x+3)(x^2+x-2)}{x+2}$.

Определите, при каких значениях параметра c прямая, заданная уравнением $y = cx$, имеет с графиком функции одну общую точку.

23 Из вершины прямого угла C треугольника ABC проведены медиана CM и биссектриса CL . Найдите длину отрезка ML , если катеты треугольника $AC = 8$, $CB = 6$.

24 В треугольнике ABC $\angle BAC = 30^\circ$. Центр окружности Ω , проходящей через вершины B , C треугольника и середину стороны AB , — точка O , лежит на стороне AC . Докажите, что $BO \perp AC$.

25 В трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) биссектриса угла BAD проходит через середину F стороны CD . Известно, что $AB = 5$, $AF = 4$. Найдите длину BF .



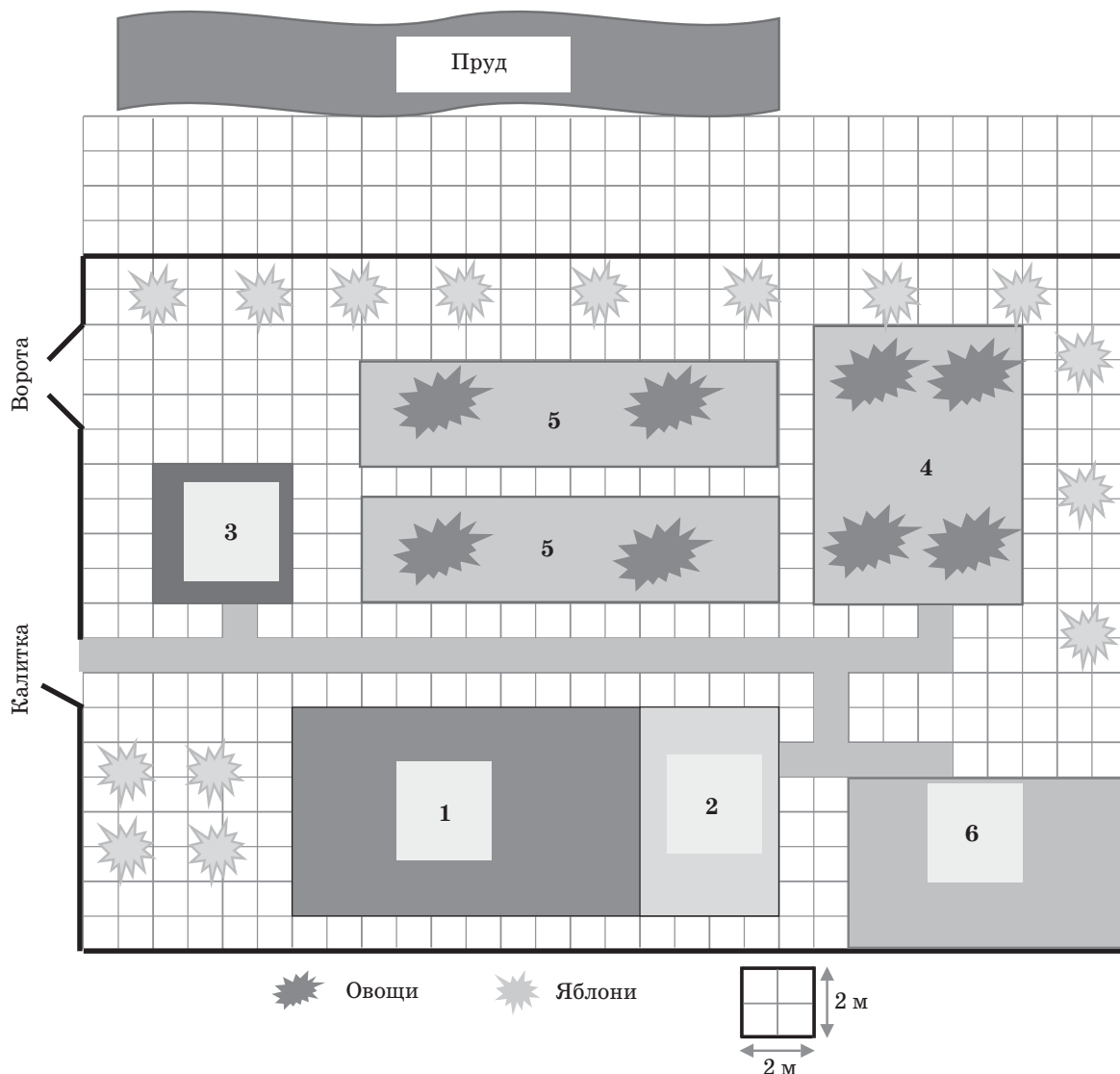
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

ВАРИАНТ 10

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На рисунке изображён план дачного участка, расположенного в одном из садоводческих товариществ Московской области. При входе на участок через калитку слева расположена баня. Далее справа расположен двухэтажный жилой дом с крыльцом, через которое осуществляется вход. Второй этаж выступает над крыльцом. Дорожка, ведущая от крыльца, приводит к хозблоку. Рядом с баней на участке расположены овощные грядки и теплица, к которой ведёт дорожка от калитки. На участке высажены яблони. Рядом с участком расположен пруд. Въезд на участок осуществляется через ворота.

- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	Жилой дом	Баня	Крыльцо	Овощные грядки
Цифры				

Ответ _____

- 2 Найдите площадь дачного участка. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ _____

- 3 Найдите площадь, которую занимает на участке теплица. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ _____

- 4 Найдите длину дорожки, ведущей от калитки до теплицы. Ответ дайте в метрах.

Ответ _____

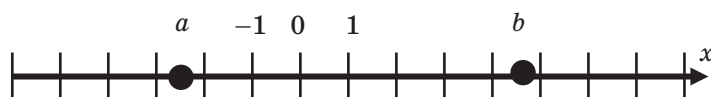
- 5 Собирая урожай яблок, владелец участка заметил, что с каждой яблони в среднем можно снять 20 кг яблок, пригодных к переработке. У владельца есть соковыжималка, выход сока на которой составляет 40% веса яблок. Кроме того, при дроблении сырья теряется 10% исходного веса. Сколько трёхлитровых банок потребуется для укупорки сока? (Считать, что в трёхлитровую банку входит 3 кг сока.)

Ответ _____

- 6 Найдите значение выражения $4\frac{3}{4} - \frac{13}{18} \cdot \frac{9}{26}$.

Ответ _____

- 7 На координатной прямой отмечены числа a и b .



Какие из приведённых ниже утверждений для данных чисел являются верными?

- 1) $a < -1$
- 2) $b > 3$
- 3) $2 < a + b < 1$
- 4) $1 < a < 3$

Ответ ☐

- 8 Найдите значение выражения $a^2 + \frac{1}{a^2}$, если $a + \frac{1}{a} = 3$.

О т в е т _____

- 9 Решите уравнение $\frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

О т в е т _____

- 10 На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра окажется нечётной?

О т в е т _____

- 11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

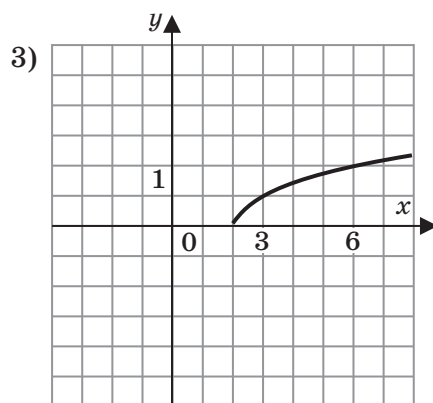
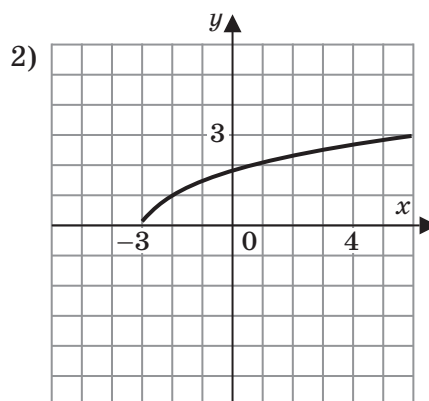
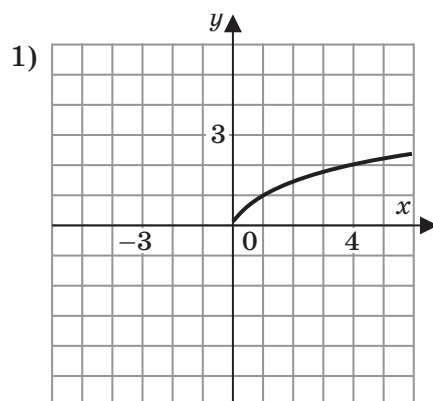
ФУНКЦИИ

А) $y = \sqrt{x+3}$

Б) $y = \sqrt{x}$

В) $y = \sqrt{x-2}$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

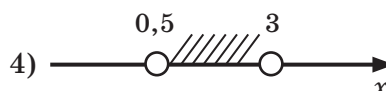
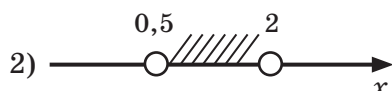
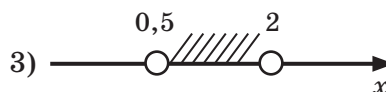
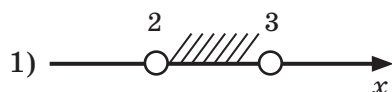
О т в е т

А	Б	В

- 12 Коэффициент трения μ камня, пущенного с начальной скоростью v по поверхности льда и прошедшего до полной остановки расстояние S , вычисляется по формуле $\mu = \frac{v^2}{2g \cdot S}$, где скорость v измеряется в м/с, расстояние S — в м, а ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Найдите расстояние, пройденное камнем до полной остановки, если $\mu = 0,01$, $v = 2$ м/с. Ответ дайте в метрах.

О т в е т _____

- 13 Укажите решение системы неравенств
$$\begin{cases} 2x - 1 > 0; \\ 3x - 2 > 4; \\ 5x - 4 < 11. \end{cases}$$

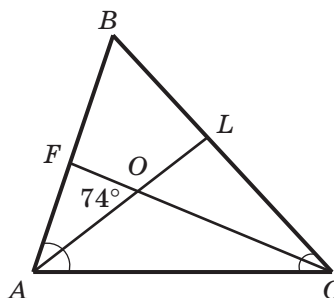


О т в е т

- 14 Скучая на уроке математики, Катя сложила первые 2019 нечётных чисел, а затем сложила первые 2019 чётных чисел. Из большей суммы она вычла меньшую. Найдите число, которое получилось у Кати.

О т в е т _____

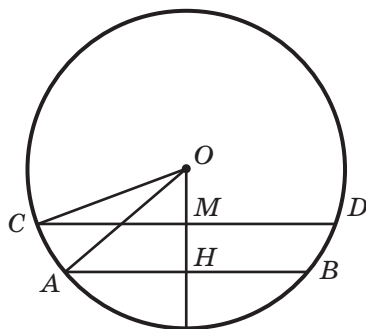
- 15 В треугольнике ABC проведены биссектрисы AL и CF , пересекающиеся в точке O . Найдите $\angle ABC$, если $\angle AOF = 74^\circ$. Ответ дайте в градусах.



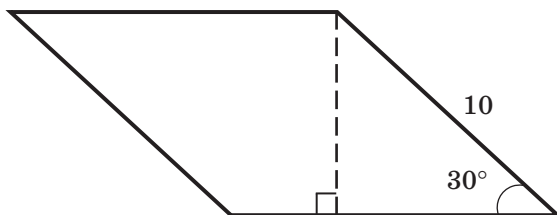
О т в е т _____

- 16 В окружности, радиус которой равен 25, проведены по одну сторону от её центра две параллельные хорды $AB = 30$, $CD = 40$. Найдите расстояние между хордами.

Ответ _____

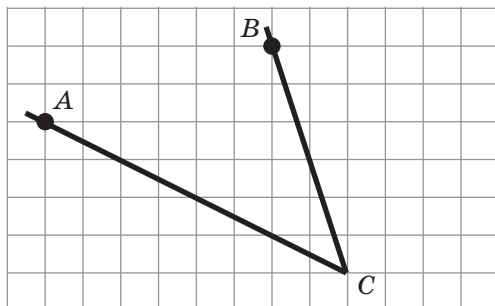


- 17 Найдите площадь ромба, изображённого на рисунке.



Ответ _____

- 18 Найдите тангенс острого угла ACB , изображённого на рисунке.



Ответ _____

- 19 Дан треугольник ABC . Укажите верные утверждения.

- 1) Любая сторона треугольника меньше суммы двух его других сторон.
- 2) Любая сторона треугольника больше разности двух его других сторон.
- 3) Любая сторона треугольника меньше половины его периметра.
- 4) Любая сторона треугольника больше половины его периметра.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ _____



Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

20 Решите уравнение $(x+3)(x^2+5x)(x+8)=-56$.

21 Моторная лодка прошла 45 км по течению реки и 22 км против течения, затратив на весь путь 5 часов. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки составила 2 км/ч.

22 Постройте график функции $y = \frac{2x^2 - x - 10}{x^2 + x - 2}$.

Определите, при каких значениях параметра c прямая, заданная уравнением $y = cx$, имеет с графиком функции одну общую точку.

23 В прямоугольный треугольник ABC , $\angle C = 90^\circ$, вписана окружность. Найдите её радиус, если катеты треугольника равны 6 и 8.

24 Трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC вписана в окружность с центром в точке O и радиусом, равным R . Диагонали AC и BD трапеции пересекаются в точке E , $\angle CDE = 60^\circ$.

Докажите, что около четырёхугольника $ABEO$ можно описать окружность.

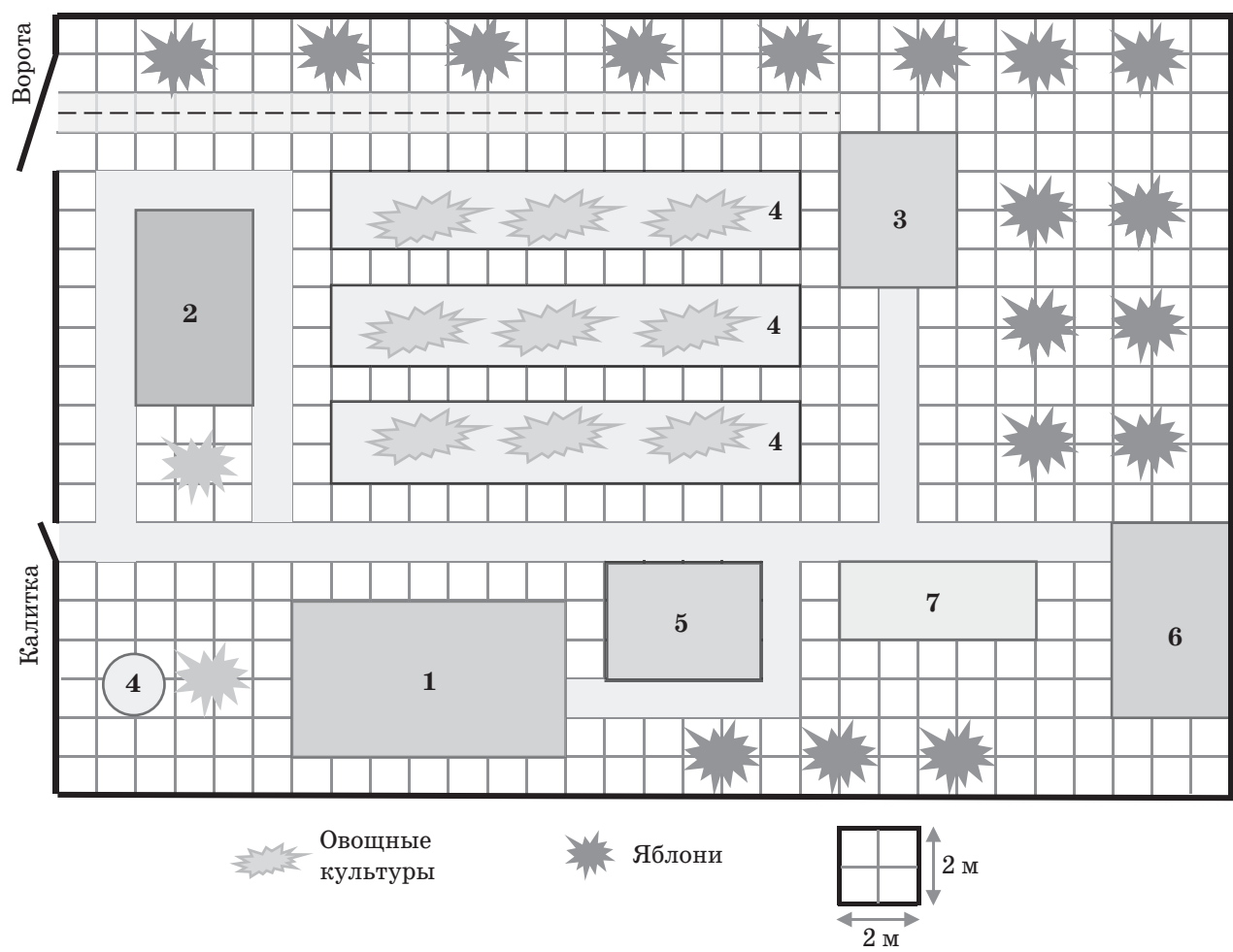
25 В параллелограмме $ABCD$ биссектрисы углов BAD и CDA пересекают сторону BC в точках M и N соответственно. Найдите длину стороны AB , если $AM = 12$, $DN = 5$.



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ ВАРИАНТА 1

Часть 1



На рисунке изображён план дачного участка, расположенного в одном из садоводческих товариществ Московской области. При входе на участок через калитку справа расположен круглый колодец. Далее справа расположен жилой дом, за ним находится беседка. За беседкой находится зона барбекю. Дорожка, ведущая от калитки, упирается в хозблок. Слева от входа расположена баня, вокруг которой проходит дорожка. Кроме того, на участке расположена теплица, к которой ведёт дорожка от зоны барбекю. Между баней и теплицей расположены посадки овощных культур, а по периметру высажены плодовые кустарники. Дорожки на дачном участке вымощены одинаковой тротуарной плиткой.

1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане.

Объекты	Баня	Жилой дом	Хозблок	Зона барбекю
Цифры				

Решение. Находя перечисленные объекты, получим, что баня имеет на плане номер 2, жилой дом — 1, хозблок — 6, зона барбекю — 7.

Ответ: 2167.

- 2 Найдите площадь дачного участка. Ответ дайте в м^2 .

Решение. Находя, что длина стороны участка равна 30 м, ширина — 20 м, и учитывая, что участок имеет прямоугольную форму, получим, что его площадь $S = 20 \cdot 30 = 600 \text{ м}^2$.

Ответ: 600.

- 3 Найдите площадь, которую занимают на участке посадки овощей. Ответ дайте в м^2 .

Решение. Посадки овощей занимают 3 участка прямоугольной формы, площадь каждого из которых равна 24 м^2 . Следовательно, площадь, которую занимают на участке посадки овощей, равна 72 м^2 .

Ответ: 72.

- 4 Найдите длину дорожки, ведущей от ворот до теплицы (путь указан пунктиром). Ответ дайте в метрах.

Решение. Подсчитывая, получаем, что длина дорожки, ведущей от ворот до теплицы, равна 20 м.

Ответ: 20.

- 5 Владелец дачного участка для улучшения состава почвы решил приобрести 25 тонн почвенного материала. В распоряжении транспортной компании находятся машины двух типов, как показано в таблице.

Машины	1	2
Грузоподъёмность, т	3	4
Стоимость рейса, руб.	2000	3000

Какова будет наименьшая оплата перевозки груза, если известно, что машины загружаются полностью? Ответ дайте в рублях.

Решение. Себестоимостью перевозки в данном случае можно назвать минимальные затраты на перевозку одного и того же количества груза. Так как перевозка 12 тонн груза машиной первого типа составит 8000 рублей, а машиной второго типа — 9000 рублей, то, очевидно, что выполнять более 2 рейсов машиной второго типа невыгодно. Поэтому минимальные затраты будут при выполнении как можно большего количества рейсов машиной первого типа: $25 = 7 \cdot 3 + 1 \cdot 4$, стоимостью $7 \cdot 2000 + 1 \cdot 3000 = 17\,000$ рублей.

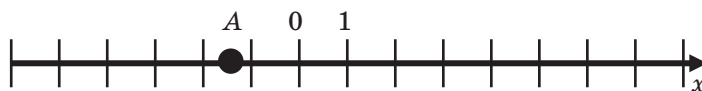
Ответ: 17 000.

- 6 Найдите значение выражения $3\frac{1}{2} \cdot \left(2\frac{1}{7} - 1\frac{1}{5}\right)$.

Решение. $3\frac{1}{2} \cdot \left(2\frac{1}{7} - 1\frac{1}{5}\right) = \frac{7}{2} \cdot \left(\frac{15^{\setminus 5}}{7} - \frac{6^{\setminus 7}}{5}\right) = \frac{7}{2} \cdot \left(\frac{75 - 42}{35}\right) = \frac{\cancel{7}}{2} \cdot \frac{33}{\cancel{35}} = \frac{33}{10} = 3,3$.

Ответ: 3,3.

- 7 На координатной прямой отмечена точка A.



Известно, что она соответствует одному из четырёх чисел. Какому из чисел соответствует точка A?

- 1) $-0,7$ 2) $-2,5$ 3) π 4) $-\sqrt{2}$

Решение. Используя масштаб, получим, что $-2 < A < -1$. В указанном промежутке расположено число $-\sqrt{2}$. Поэтому правильный ответ — 4).

Ответ: 4.

- 8 Найдите значение выражения $a - \frac{5a^2 - 3b}{5a}$ при $a = 3$, $b = 20$.

Решение. Преобразуем выражение: $a - \frac{5a^2 - 3b}{5a} = \frac{5a^2 - 5a^2 + 3b}{5a} = \frac{3b}{5a}$. Подставив значения переменных, получим, что $\frac{3b}{5a} = \frac{60}{15} = 4$.

Ответ: 4.

- 9 Решите уравнение $\frac{(x^2 - 4)(x - 4)}{\sqrt{x^2 - 7x - 8}} = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Решение. Проводя равносильные преобразования, получим:

$$\frac{(x^2 - 4)(x - 4)}{\sqrt{x^2 - 7x - 8}} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 7x - 8 > 0; \\ x = 4; \\ x = 2; \\ x = -2. \end{cases} \Leftrightarrow x = -2.$$

Ответ: -2.

- 10 На олимпиаде в вузе участников рассаживают по трём аудиториям. В первых двух по 120 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчёте выяснилось, что всего было 250 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Решение. Чтобы попасть в запасную аудиторию, выбранный участник должен войти в число 10 человек, не попавших в первые две. Вероятность этого будет равна

$$P = \frac{10}{250} = \frac{1}{25} = 0,04.$$

Ответ: 0,04.

- 11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

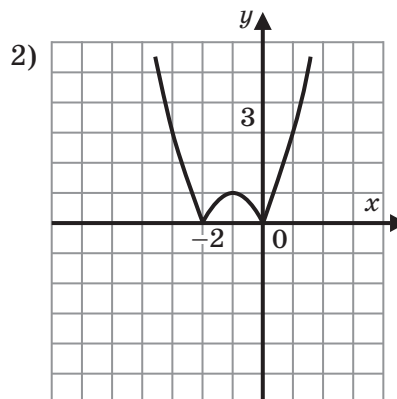
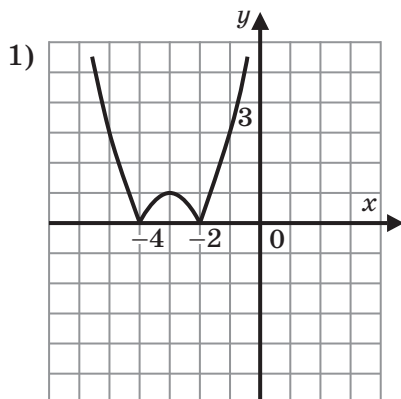
ФУНКЦИИ

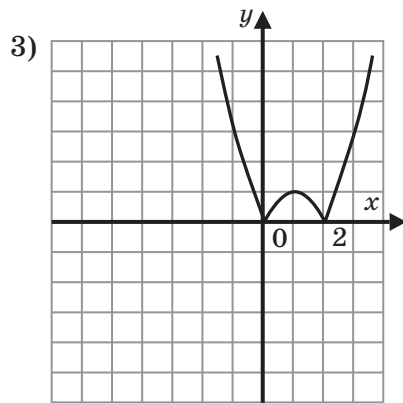
A) $y = |x^2 - 2x|$

B) $y = |x^2 + 6x + 8|$

B) $y = |x^2 + 2x|$

ГРАФИКИ





В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Решение. Находя корни выражений, стоящих под знаком модуля, получим:

$$1) x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0; \\ x = 2. \end{cases} \text{ Следовательно, А — 3.}$$

$$2) x^2 + 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2; \\ x = -4. \end{cases} \text{ Следовательно, Б — 1.}$$

$$3) x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2; \\ x = 0. \end{cases} \text{ Следовательно, В — 2.}$$

Ответ:

А	Б	В
3	1	2

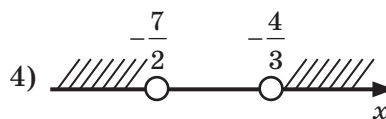
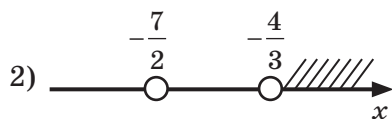
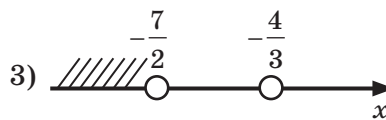
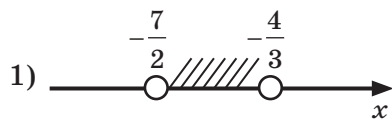
- 12** Если шарик массой m абсолютно упруго ударяется о брусок массой M , закреплённый на пружине жёсткостью k кг/с² (н/м), и имеет перед соударением скорость v_0 , то максимальное сжатие пружины x находится по формуле $x = \frac{2mv_0}{m+M} \sqrt{\frac{M}{k}}$. Найдите жёсткость пружины, если $m = 0,6$ кг, $M = 1$ кг, $v_0 = 2$ м/с, а сжатие $x = 6$ см. Ответ дайте в н/м.

Решение. Подставляя данные, получим: $x = 0,06$ м.

$$0,06 = \frac{2 \cdot 0,6 \cdot 2}{0,6 + 1} \cdot \sqrt{\frac{1}{k}} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{1}{k}} = \frac{0,06 \cdot 1,6}{2,4} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{1}{k}} = 0,04 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{1}{k}} = \frac{1}{25} \Leftrightarrow k = 625.$$

Ответ: 625.

- 13** Укажите решение системы неравенств $\begin{cases} 2x + 7 < 0; \\ 3x + 4 < 0. \end{cases}$



Решение. $\begin{cases} 2x+7 < 0 \\ 3x+4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -3,5; \\ x < -1\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x < -3,5.$

Указанному решению соответствует рисунок 3.

Ответ: 3.

- 14** Альпинист Валера в качестве тренировки совершает восхождение на гору, высота которой равна 3000 метров. За первый час, двигаясь с неизменной скоростью, он прошёл 800 метров подъёма, затем сделал пятнадцатиминутный привал, за второй час он прошёл на 100 метров меньше, но сделал привал на 5 минут больше. Затем снова на 100 метров меньше, чем в предыдущий час, но привал увеличил на 5 минут, и так далее, пока не достиг вершины. За какое время альпинист Валера достиг вершины? Время укажите в часах.

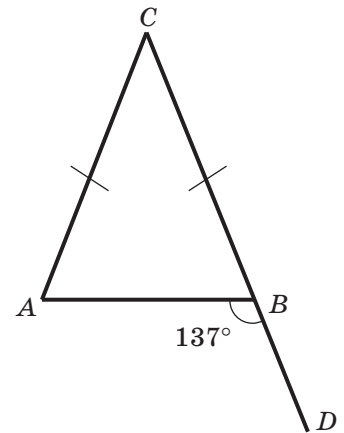
Решение. Так как $800 + 700 + 600 + 500 + 400 = 3000$, то получим, что альпинист Валера двигался 5 часов. Кроме того, между интервалами движения он сделал 4 привала, что заняло $15 + 20 + 25 + 30 = 90$ минут, или 1,5 часа. Следовательно, весь подъём занял 6,5 часа.

Ответ: 6,5.

- 15** В равнобедренном треугольнике ABC , $AC = BC$ внешний угол ABD при вершине B треугольника равен 137° . Найдите величину угла CAB треугольника. Ответ дайте в градусах.

Решение. Так как треугольник ABC — равнобедренный, то $\angle CAB = \angle CBA = 180^\circ - \angle ABD = 43^\circ$.

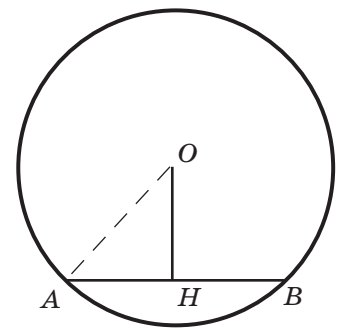
Ответ: 43.



- 16** Найдите длину хорды AB окружности с центром в точке O , если радиус окружности равен 29, а расстояние от центра окружности до хорды равно 20.

Решение. Используя свойство радиуса (диаметра) окружности, перпендикулярного хорде этой окружности, получим, что $AH = \frac{1}{2}AB$. По теореме Пифагора получим, что $AH^2 = R^2 - OH^2 = 29^2 - 20^2 = 9 \cdot 49$. Тогда $AB = 2AH = 2\sqrt{9 \cdot 49} = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$.

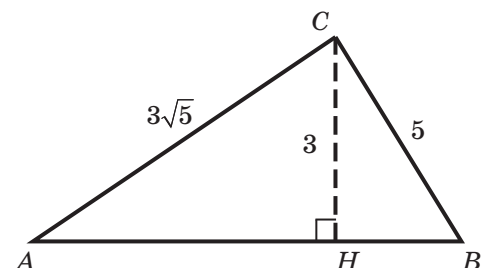
Ответ: 42.



- 17** Найдите площадь треугольника ABC , изображённого на рисунке.

Решение. По теореме Пифагора последовательно находим: $AH = \sqrt{45 - 9} = 6$, $BH = \sqrt{25 - 9} = 4$. Найдём площадь $S = \frac{1}{2}AB \cdot CH = \frac{1}{2}(6 + 4) \cdot 3 = 15$.

Ответ: 15.

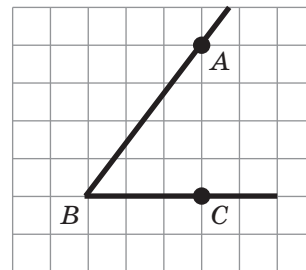


- 18** Найдите косинус острого угла, изображённого на рисунке.

Решение. Рассмотрим прямоугольный треугольник ABC , $\angle C = 90^\circ$. Применяя теорему Пифагора, получим:

$$AB = \sqrt{9+16} = 5, \cos \angle ABC = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{5} = 0,6.$$

Ответ: 0,6.



- 19** Дан треугольник ABC . Какие из следующих утверждений верны?

- 1) В любом треугольнике центр описанной окружности лежит внутри треугольника.
- 2) В любом треугольнике центр описанной окружности лежит вне треугольника.
- 3) Существует треугольник, у которого центр описанной окружности лежит вне треугольника.
- 4) Существует треугольник, у которого центр описанной окружности лежит внутри треугольника.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Решение.

- 1) В любом треугольнике центр описанной окружности лежит внутри треугольника — неверно, например для тупоугольного треугольника.
- 2) В любом треугольнике центр описанной окружности лежит вне треугольника — неверно, например для остроугольного треугольника.
- 3) Существует треугольник, у которого центр описанной окружности лежит вне треугольника — верно, например для тупоугольного треугольника.
- 4) Существует треугольник, у которого центр описанной окружности лежит внутри треугольника — верно для остроугольного треугольника.

Ответ: 34.

Часть 2

- 20** Решите уравнение $x^4 = (4x+5)^2$.

Решение. Имеем: $x^4 = (4x+5)^2 \Leftrightarrow (x^2 - 4x - 5)(x^2 + 4x + 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x - 5 = 0; \\ x^2 + 4x + 5 = 0. \end{cases}$

Второе уравнение совокупности решений не имеет, т. к. дискриминант квадратного трёхчлена, стоящего в левой части, отрицателен.

$$x^2 - 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1; \\ x = 5. \end{cases}$$

Ответ: -1; 5.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 21** Из пункта A со скоростью 8 км/ч выехал велосипедист. Через 3 ч следом за ним со скоростью 24 км/ч выехал мотоциклист. Найдите время, через которое мотоциклист догонит велосипедиста. Ответ дайте в часах.

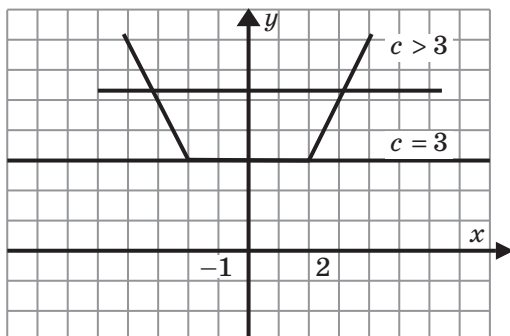
Решение. Пусть t — время нахождения в пути мотоциклиста, тогда получим, что время нахождения в пути велосипедиста равно $(t + 3)$ ч. Так как велосипедист и мотоциклист выехали из одного пункта, получим, что к моменту встречи они проехали одинаковое расстояние. Поэтому $24 \cdot t = 8(t + 3) \Leftrightarrow 2t = 3 \Leftrightarrow t = 1,5$ ч.

Ответ: 1,5.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 22** Постройте график функции $y = |x - 2| + |x + 1|$.

Определите, при каких значениях параметра c прямая, заданная уравнением $y = c$ имеет с графиком функции более одной общей точки.



Решение. Используя определение модуля, получим, что

$$y = |x + 1| + |x - 2| \Leftrightarrow y = \begin{cases} -2x + 1, & \text{если } x \leq -1; \\ 3, & \text{если } -1 \leq x \leq 2; \\ 2x - 1, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$$

Прямые семейства $y = c$ параллельны оси абсцисс. При $c = 3$ прямая $y = 3$ пересекает график функции в бесконечном числе точек, принадлежащих отрезку $[-1; 2]$. При $c > 3$ прямая $y = c$ пересекает график функции в двух точках.

Ответ: $[3; +\infty)$.

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно. Верно найдены искомые значения параметров
1	График построен верно, но искомые значения параметров найдены неверно или не найдены вовсе
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше
2	Максимальный балл

- 23** Площадь равнобедренного прямоугольного треугольника равна 36. Найдите длину гипотенузы треугольника.

Решение. Если a — катет равнобедренного прямоугольного треугольника, b — его

гипотенуза, а S — площадь, получим:
$$\begin{cases} \frac{1}{2}a^2 = S \\ 2a^2 = b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 72 \\ 2a^2 = b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 72; \\ b^2 = 144. \end{cases}$$

Следовательно, $b = 12$.

Ответ: 12.

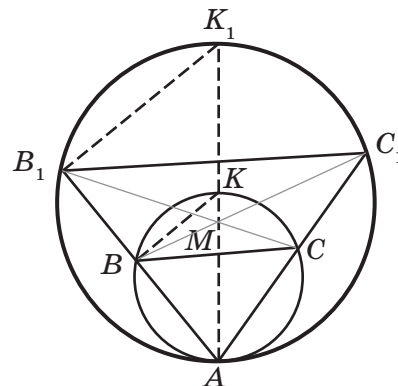
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 24** Окружности, радиусы которых равны r и R , касаются внутренним образом в точке A . Продолжение хорды AB меньшей окружности пересекает большую окружность в точке B_1 , а продолжение хорды AC меньшей окружности пересекает большую окружность в точке C_1 . Докажите, что четырёхугольник BB_1C_1C — трапеция.

Доказательство. Так как центры касающихся окружностей и точка касания лежат на одной прямой, то проведём диаметр AK , пересекающий внешнюю окружность в точке K_1 . Тогда AK_1 — диаметр внешней окружности. $\triangle ABK \sim \triangle AB_1K_1$ по двум углам, т. к. они прямоугольные

и имеют общий острый угол. Следовательно, $\frac{AB}{AB_1} = \frac{2r}{2R}$. Аналогично $\triangle ACK \sim \triangle AC_1K_1$ и

$\frac{AC}{AC_1} = \frac{2r}{2R}$. Но тогда $\triangle ABC \sim \triangle AB_1C_1$ по двум сторонам и углу между ними. Следовательно, $BC \parallel B_1C_1$, т. е. четырёхугольник BB_1C_1C , — трапеция.



Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 25** В трапеции $ABCD$ $BC \parallel AD$, биссектриса угла D перпендикулярна боковой стороне AB и пересекает её в точке F . Найдите отношение площади четырёхугольника $BCDF$ к площади треугольника AFD , если $AF : FB = 2 : 1$.

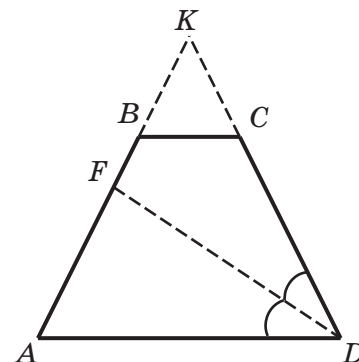
Решение. Продолжим боковые стороны трапеции до пересечения в точке K . Так как в треугольнике AKD биссектриса DF является высотой, то треугольник равнобедренный. При этом $AF = FK$, а из условия получим, что $BF = FK$, $AF = 2BF$, $FK = \frac{1}{4}AK$.

Медиана треугольника делит его площадь пополам, поэтому

$$S_{\triangle AFD} = \frac{1}{2} S_{\triangle AKD}. \text{ Треугольник } \triangle KBC \sim \triangle AKD, \text{ т. к. } BC \parallel AD \text{ и поэтому } S_{\triangle KBC} = \frac{1}{16} S_{\triangle AKD}.$$

$$\text{Поэтому } S_{FBCD} = \frac{7}{16} S_{\triangle AKD} \Rightarrow \frac{S_{FBCD}}{S_{\triangle AFD}} = \frac{7}{16} : \frac{1}{2} = \frac{7}{8}.$$

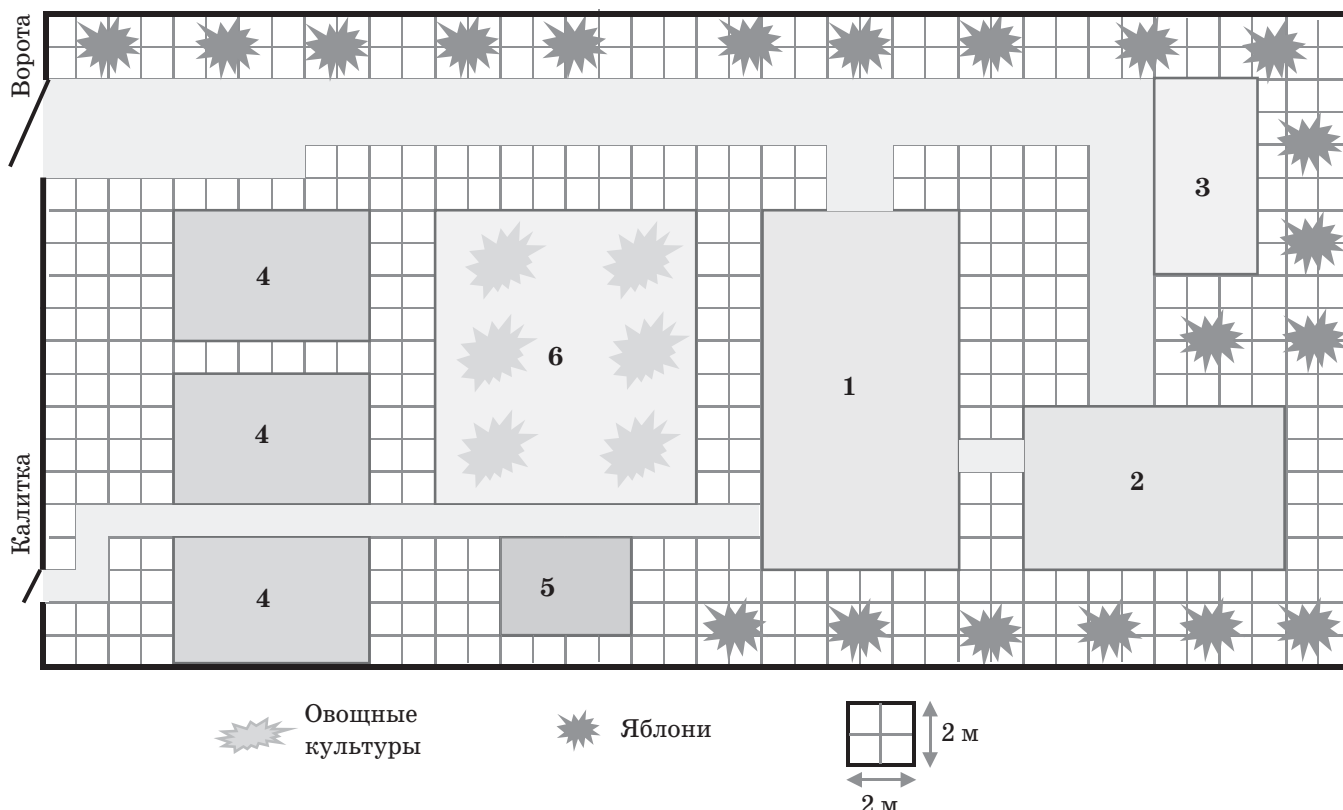
Ответ: $7 : 8$.



Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ ВАРИАНТА 2

Часть 1



На рисунке изображён план дачного участка, расположенного в одном из садоводческих товариществ Московской области. Дорога, покрытая плиткой, ведёт от ворот мимо главного двухэтажного дома к хозблоку и далее к гаражу. От дома отходят дорожки, ведущие к гаражу, расположенному справа, бане и въездной дороге. Участок обнесён забором, в котором сделаны ворота и задняя калитка. На участке находятся три одинаковые теплицы, а также отведено большое место для овощных культур, выращиваемых на свежем воздухе. Вдоль забора участка высажены фруктовые деревья и кустарники.

- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане.

Объекты	Жилой дом	Баня	Хозблок	Гараж
Цифры				

Решение. Используя описание, данное в условии, получим, что жилой дом — 1, баня — 5, хозблок — 3, гараж — 2.

Ответ: 1532.

- 2 Найдите площадь дачного участка. Ответ дайте в м^2 .

Решение. Находя, что длины сторон участка 40 и 20 метров, и учитывая, что участок имеет форму прямоугольника, получим, что его площадь будет равна 800 м^2 .

Ответ: 800.

- 3 Найдите площадь, которую занимают на участке теплицы. Ответ дайте в м^2 .

Решение. На участке расположены 3 теплицы, площадь каждой из которых равна 24 м^2 . Следовательно, общая площадь теплиц равна 72 м^2 .

Ответ: 72.

- 4 Найдите длину дорожки, ведущей от ворот участка до хозблока. Ответ дайте в метрах.

Решение. Используя масштаб, получим, что длина дорожки, ведущей от ворот участка до хозблока, равна 34 м.

Ответ: 34.

- 5 Владелец участков СНТ требуется перевезти груз сыпучих материалов массой 73 тонны. В распоряжении транспортной компании находятся машины 3 типов, характеристики которых представлены в таблице.

Тип машины	Грузоподъёмность, т	Стоимость рейса, руб.
1	2,5	1200
2	3	1800
3	5	2500

Какова будет наименьшая оплата перевозки груза, если известно, что машины загружаются полностью? Ответ дайте в рублях.

Решение. Находя себестоимость перевозки одной тонны груза на машинах разного типа, получим, что она составит 480 руб./т для машины первого типа, 600 руб./т для машины второго типа и 500 руб./т для машины третьего типа. Следовательно, оптимальным вариантом будет перевозка как можно большего груза на машинах первого типа. Получим, что минимальная стоимость составит $S = \frac{70}{2,5} \cdot 1200 + \frac{3}{3} \cdot 1800 = 35\,400$.

Ответ: 35 400.

- 6 Найдите значение выражения $\left(\frac{29}{35} - \frac{4}{7}\right) \cdot 0,147 : 0,03$.

Решение. $\left(\frac{29}{35} - \frac{4}{7}\right) \cdot 0,147 : 0,03 = \frac{9^3}{35_5} \cdot \frac{147_{21}}{1000_{10}} \cdot \frac{100}{3} = \frac{63}{50} = \frac{126}{100} = 1,26$.

Ответ: 1,26.

- 7 На координатной прямой отмечена точка A.



Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка A?

- 1) $\sqrt{55}$ 2) $\sqrt{42}$ 3) $\sqrt{64}$ 4) $\sqrt{75}$

Решение. Используя масштаб, получим, что $8 < A < 10$. На указанном промежутке расположено число $\sqrt{75}$. Следовательно, верный ответ — 4.

Ответ: 4.

- 8 Найдите значение выражения $\frac{a^2 - 289b^2}{a + 17b}$, если $a = 18$, $b = 1$.

Решение. Используя формулу разности квадратов, получим: $\frac{a^2 - 289b^2}{a + 17b} = \frac{(a + 17b)(a - 17b)}{a + 17b} = a - 17b$. Подставляя данные, получим, что $a - 17b = 18 - 17 = 1$.

Ответ: 1.

- 9 Решите уравнение $|x - 7| = 2$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Решение. $|x - 7| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 7 = 2 \\ x - 7 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9; \\ x = 5. \end{cases}$ Выбирая больший корень, получим, что $x = 9$.

Ответ: 9.

- 10 Найдите вероятность того, что наудачу выбранное число от 1 до 200 оканчивается на 7.

Решение. Среди чисел от 1 до 200 ровно 20 оканчиваются на 7. Поэтому вероятность того, что наудачу выбранное число от 1 до 200 оканчивается на 7, составит

$$P = \frac{20}{200} = 0,1.$$

Ответ: 0,1.

- 11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

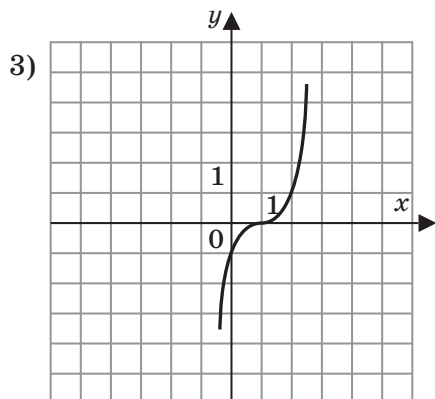
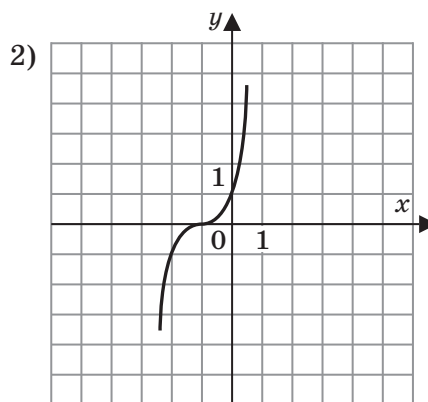
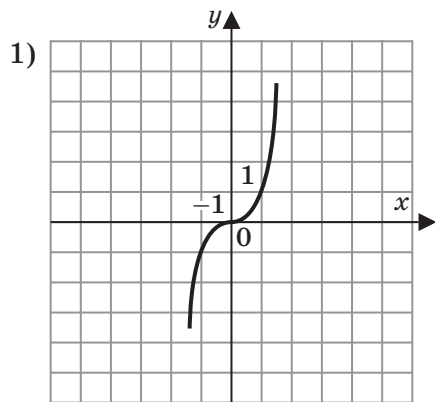
ФУНКЦИИ

А) $y = (x - 1)^3$

Б) $y = (x + 1)^3$

В) $y = x^3$

ГРАФИКИ



Решение. Находя абсциссу точки пересечения каждого графика с осью абсцисс, получим, что А — 3, Б — 2, В — 1.

Ответ:

А	Б	В
3	2	1

- 12** Если на нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый блок, подвешены два груза неравной массы m_1 и m_2 ($m_2 > m_1$), то ускорение a_c центра масс системы находится по формуле $a_c = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \right)^2 \cdot g$, где $g = 10 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения.

Найдите массу меньшего груза, если масса большего груза равна 3 кг, а ускорение системы грузов $0,4 \text{ м/с}^2$. Ответ дайте в кг.

Решение. Подставляя заданные величины, получим, что

$$a_c = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \right)^2 \cdot g \Leftrightarrow \frac{3 - m_1}{3 + m_1} = \sqrt{0,4} \Leftrightarrow \frac{3 - m_1}{3 + m_1} = 0,2 \Leftrightarrow 1,2m_1 = 2,4 \Leftrightarrow m_1 = 2.$$

Ответ: 2.

- 13** Решите систему неравенств $\begin{cases} 8x + 25 > 0; \\ 5x - 8 < 0. \end{cases}$

В ответе запишите сумму целых решений системы.

Решение. Решим систему неравенств: $\begin{cases} 8x + 25 > 0 \\ 5x - 8 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -3\frac{1}{8} \\ x < 1\frac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow -3\frac{1}{8} < x < 1\frac{3}{5}.$

Найдём сумму целых решений системы: $-3 - 2 - 1 + 0 + 1 = -5$.

Ответ: -5 .

- 14** Девятиклассник Алексей, готовясь к экзамену по математике, начал решать задачи, причём каждый день количество задач увеличивалось на одно и то же число. Через неделю выяснилось, что общее количество решённых им задач больше 43, но меньше 50. Найдите количество задач, решённых Алексеем в четвёртый день.

Решение. Пусть $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ — количество задач, решённых Алексеем соответственно в первый, второй, ..., седьмой день. Из условия следует, что эти числа образуют арифметическую прогрессию. Используя характеристическое свойство арифметической прогрессии, получаем, что $a_1 + a_7 = a_2 + a_6 = a_3 + a_5 = 2a_4$.

Следовательно, общее количество решённых задач будет равно $a_1 + a_1 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 = 7a_4$. Используя данные и то, что a_4 — натуральное число, получим, что

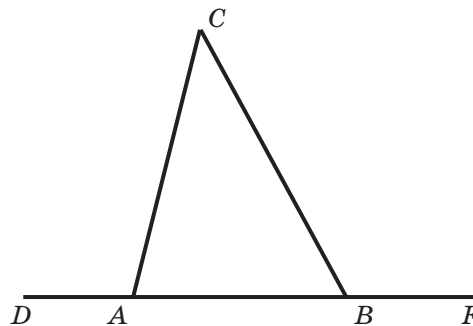
$$43 < 7a_4 < 53 \Leftrightarrow \frac{43}{7} < a_4 < \frac{53}{7} \Rightarrow a_4 = 7.$$

Ответ: 7.

- 15** Сумма внешних углов CAD и CBF треугольника ABC равна 236° . Найдите величину угла ACB . Ответ дайте в градусах.

Решение. Так как сумма внешних углов треугольника, взятых по одному при каждой вершине треугольника, равна 360° , то внешний угол при вершине C равен 124° . Следовательно, $\angle ACB = 180^\circ - 124^\circ = 56^\circ$.

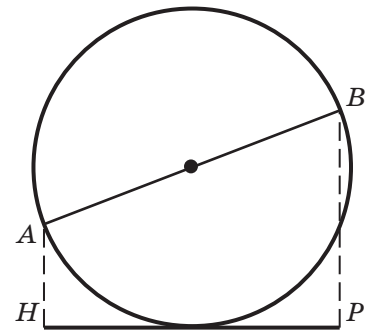
Ответ: 56 .



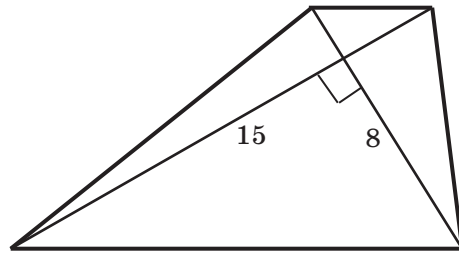
- 16 Концы диаметра AB удалены от касательной HP на расстояния $AH = 1,6$, $BP = 2,4$. Найдите длину диаметра AB .

Решение. Радиус окружности, проведённый в точку касания, перпендикулярен касательной. Кроме того, радиус окружности является средней линией в прямоугольной трапеции $AHPB$. Следовательно, $2R = AH + BP = 1,6 + 2,4 = 4$.

Ответ: 4.



- 17 Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке, длины диагоналей которой заданы.



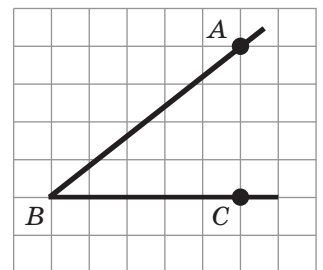
Решение. Площадь четырёхугольника, диагонали которого перпендикулярны, равна половине произведения диагоналей. Поэтому $S = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 8 = 60$.

Ответ: 60.

- 18 Найдите значение выражения $\sqrt{41}(\sin B + \cos B)$, где B — острый угол, изображённый на рисунке.

Решение. Из прямоугольного треугольника ACB получим, что $AB = \sqrt{41}$. Используя определение тригонометрических функций острых углов прямоугольного треугольника, получим, что $\sqrt{41}(\sin B + \cos B) = \sqrt{41} \left(\frac{4}{\sqrt{41}} + \frac{5}{\sqrt{41}} \right) = 9$.

Ответ: 9.



- 19 Дан четырёхугольник $ABCD$. Укажите верные утверждения.

- 1) Вокруг любого четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность.
- 2) Вокруг любого четырёхугольника $ABCD$, такого, что $\angle A + \angle C = 180^\circ$, можно описать окружность.
- 3) Вокруг любого четырёхугольника $ABCD$, такого, что $\angle A + \angle B = 180^\circ$, можно описать окружность.
- 4) Вокруг любого четырёхугольника $ABCD$, такого, что $\angle A + \angle D = 180^\circ$, можно описать окружность.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Решение. Применяя теорему о свойстве углов четырёхугольника, вписанного в окружность, получим, что верно только утверждение 2.

Ответ: 2.

Часть 2

- 20** Решите уравнение $(x^2 + 5x)^2 - 2(x^2 + 5x) - 24 = 0$.

Решение. Вводя промежуточную переменную $t = x^2 + 5x$, получаем вспомогательное квадратное уравнение $t^2 - 2t - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 6; \\ t = -4. \end{cases}$

$$\text{Тогда: } (x^2 + 5x)^2 - 2(x^2 + 5x) - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 5x = 6 \\ x^2 + 5x = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 5x - 6 = 0 \\ x^2 + 5x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6; \\ x = 1; \\ x = -4; \\ x = -1. \end{cases}$$

Ответ: $-6; -4; -1; 1$.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

- 21** Катер прошёл против течения реки 16 км и вернулся обратно, затратив на обратный путь на $\frac{1}{3}$ ч меньше, чем против течения. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 2 км/ч.

Решение. Обозначив v км/ч собственную скорость катера, получим, что его скорость по течению составит $(v + 2)$ км/ч, а против течения — $(v - 2)$ км/ч. Время, затраченное катером на прохождение 16 км по течению, будет равно $\frac{16}{v+2}$ ч, против течения — $\frac{16}{v-2}$ ч. Из условия задачи получаем, что $\frac{16}{v-2} = \frac{16}{v+2} + \frac{1}{3}$.

Решим уравнение:

$$\frac{16 \cdot 3(v+2)}{v-2} = \frac{16 \cdot 3(v-2)}{v+2} + \frac{1 \cdot (v+2)(v-2)}{3} \Leftrightarrow 48v + 96 = 48v - 96 + v^2 - 4 \Leftrightarrow v^2 = 196 \Leftrightarrow \begin{cases} v = 14; \\ v = -14. \end{cases}$$

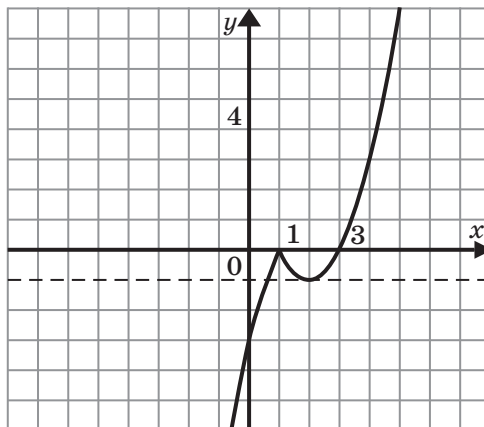
Так как скорость катера есть величина положительная, то $v = 14$ км/ч.

Ответ: 14.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

22 Постройте график функции $y = (x-3) \cdot |x-1|$.

Определите, при каких значениях параметра c прямая, заданная уравнением $y = c$ имеет с графиком функции более одной общей точки.



Решение. Используя определение модуля выражения, получим, что

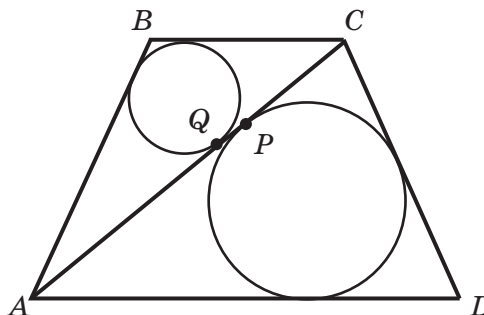
$$y = (x-3) \cdot |x-1| \Leftrightarrow y = \begin{cases} (x-3)(x-1), & \text{если } x \geq 1; \\ -(x-3)(x-1), & \text{если } x \leq 1. \end{cases}$$

Прямая $y = c$ параллельна оси абсцисс или совпадает с ней при $c = 0$ и имеет с графиком функции более одной общей точки для любого значения параметра из отрезка $[-1; 0]$.

Ответ: $[-1; 0]$.

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметров
1	График построен верно, но искомые значения параметров найдены неверно или не найдены вовсе
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

23 В равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями $AD = 14$, $BC = 6$ и боковой стороной $AB = 6$ проведена диагональ AC . В каждый из треугольников ADC и ACB вписаны окружности. Найдите расстояние между точками касания окружностей с диагональю AC .



Решение. Используем теорему о том, что если в треугольник ABC вписана окружность, то расстояние от вершины A треугольника до точки касания окружности со стороной AB или AC будет равно $p - a$, где p — полупериметр треугольника, а a — длина стороны BC .

Таким образом,

$$AQ = p_{\triangle ABC} - BC = \frac{AB + AC - BC}{2}, AP = p_{\triangle ADC} - DC = \frac{AD + AC - DC}{2}. \text{ Следовательно, } PQ = \\ = |AP - AQ| = \left| \frac{AD + BC - DC - AB}{2} \right| = \frac{14 + 6 - 12}{2} = 4.$$

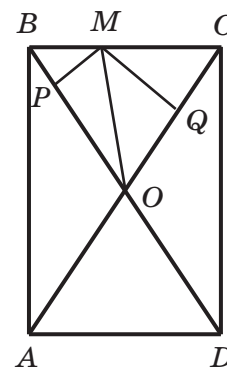
Ответ: 4.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены верно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 24** Докажите, что сумма длин перпендикуляров, проведённых из произвольной точки M , лежащей на стороне прямоугольника $ABCD$, к его диагоналям, не зависит от положения точки M .

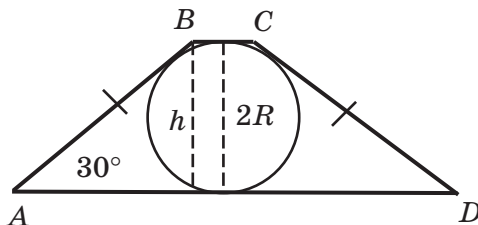
Доказательство. Воспользуемся тем, что в любом прямоугольнике его диагонали равны и делят площадь прямоугольника на 4 равные части. Обозначив $d = AC = BD$, $S = S_{ABCD}$, получим, что

$$S_{\triangle BOC} = \frac{1}{4}S = \frac{1}{4}d(MP + MQ) \Leftrightarrow MP + MQ = \frac{S}{d}, \text{ что не зависит от выбора точки } M.$$



Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 25** Площадь равнобедренной трапеции, в которую можно вписать окружность, равна 144,5. Острый угол при основании трапеции равен 30° . Найдите радиус окружности.



Решение. 1. Диаметр окружности, вписанной в трапецию, равен её высоте.

2. Суммы длин противоположных сторон описанного четырёхугольника равны.

$$\text{Получим: } 2R = \frac{1}{2}AB \Leftrightarrow AB = 4R. \quad S = \frac{AD + BC}{2} \cdot h = \frac{8R}{2} \cdot 2R = 8R^2.$$

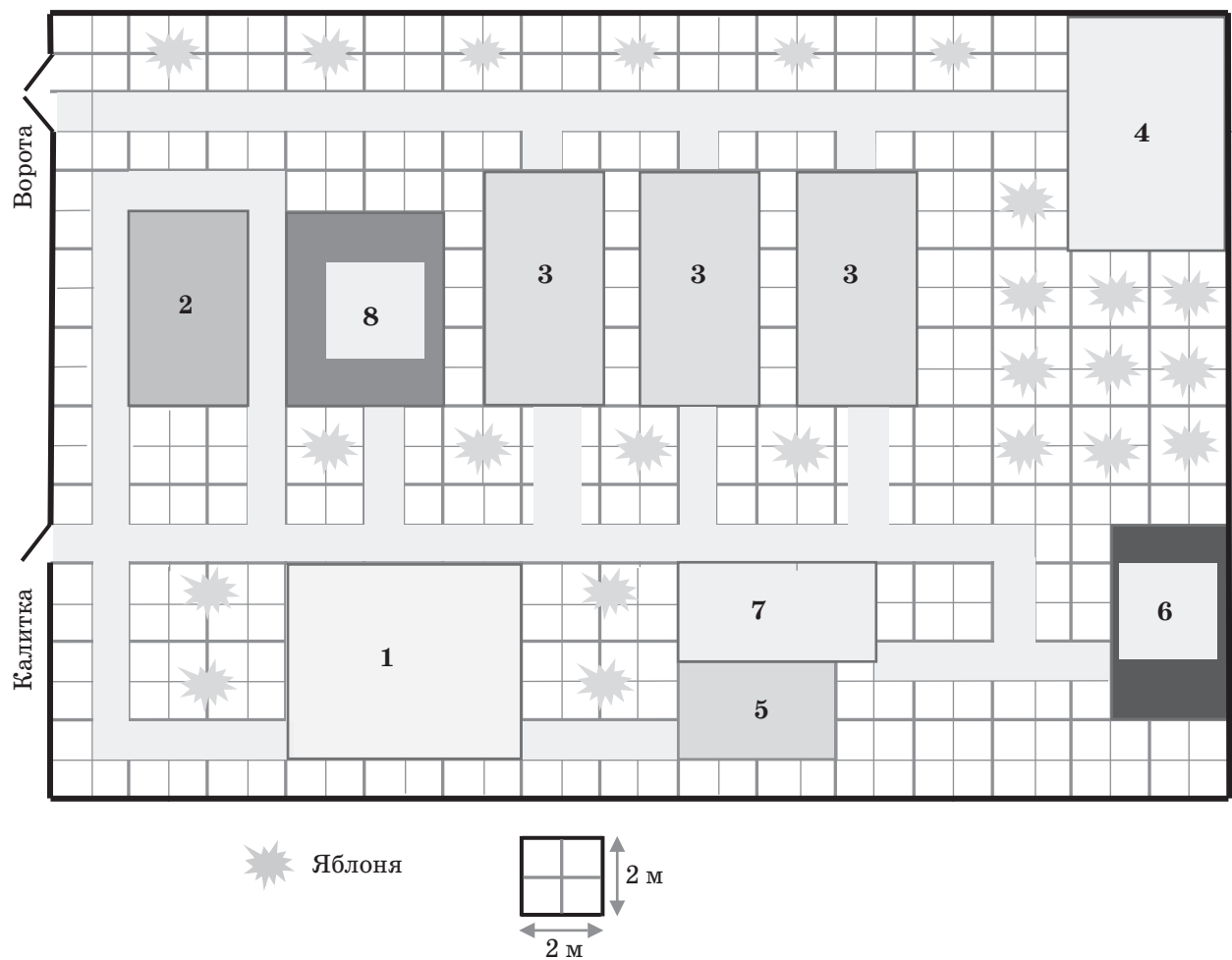
$$8R^2 = 144,5 \Leftrightarrow R^2 = \frac{289}{16} \Rightarrow R = \frac{17}{4} = 4,25.$$

Ответ: 4,25.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера.
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ ВАРИАНТА 3

Часть 1



На рисунке изображён план дачного участка, расположенного в одном из садоводческих товариществ Московской области. На участке разбит яблоневый сад. От калитки к хозблоку ведёт дорожка, проходящая мимо главного двухэтажного дома, далее — мимо зоны барбекю, за которой расположена беседка.

От ворот для въезда на участок также выложена дорожка, последовательно проходящая мимо бани, бассейна, трёх теплиц и ведущая к тенту для автомобиля.

1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане.

Объекты	Жилой дом	Баня	Теплицы	Хозблок
Цифры				

Решение. Используя обозначения объектов, описание расположения объектов на участке, получим, что жилой дом — 1, баня — 2, теплицы — 3, хозблок — 6.

Ответ: 1236.

- 2** Определите объём бассейна на участке, если его высота равна 1,2 м. Ответ дайте в м³.

Решение. Определив по плану, что площадь, занимаемая бассейном равна 20 м², находим, что его объём составит $20 \cdot 1,2 = 24$ м³.

Ответ: 24.

- 3** Используя масштаб, заданный на рисунке, укажите площадь дачного участка. Ответ дайте в гектарах (1 га = 100 м · 100 м).

Решение. Используя план и масштаб, получим, что площадь участка равна $600 \text{ м}^2 = 0,06$ га.

Ответ: 0,06.

- 4** Укажите расстояние, которое нужно пройти по дорожке от калитки до хозблока. Ответ дайте в метрах.

Решение. Используя масштаб, получаем, что расстояние, которое нужно пройти по дорожке от калитки до хозблока, будет равно 30 м.

Ответ: 30.

- 5** Владелец хочет обнести участок забором из специального профнастила, причём внешнюю сторону забора, кроме калитки и ворот, выполнить из профнастила сорта премиум, а другие стороны — из профнастила сорта стандарт. Калитку и ворота хозяин участка хочет сделать деревянными. При этом фирма, устанавливающая забор, предоставляет скидку на стоимость профнастила. Используя данные, приведённые в таблице, рассчитайте стоимость забора.

Вид материала	Стоимость погонного метра забора, руб.	Скидка, % от общей цены материала
Профнастил премиум	1340	5
Профнастил стандарт	1062	10
Дерево премиум	1542	нет

Ответ дайте в рублях.

Решение. Находя по плану необходимое количество погонных метров ограды, выполненных из каждого материала, и учитывая предоставленную скидку, получим, что стоимость забора составит $3 \cdot 1542 + 17 \cdot 1340 \cdot 0,95 + 80 \cdot 1062 \cdot 0,9 = 102\,731$ руб.

Ответ: 102 731.

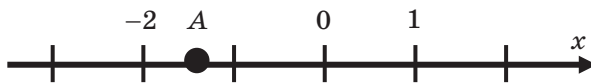
- 6** Найдите значение выражения $\left(\frac{5}{18} + \frac{4}{9}\right) \cdot 0,009 : 2,6$.

Решение.

$$\left(\frac{5}{18} + \frac{4}{9}\right) \cdot 0,009 : 2,6 = \left(\frac{5}{18} + \frac{4^{\cancel{2}}}{9}\right) \cdot \frac{9}{1000} : \frac{26}{10} = \frac{\cancel{13}}{18_2} \cdot \frac{\cancel{9}}{1000} \cdot \frac{5}{\cancel{13}} = \frac{5}{2000} = \frac{25}{10000} = 0,0025.$$

Ответ: 0,0025.

- 7 На координатной прямой отмечена точка A .



Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных чисел. Какому из чисел соответствует точка A ?

- 1) $-\sqrt{6}$
- 2) $-\sqrt{5}$
- 3) $-\sqrt{2}$
- 4) -2

Решение. Используя масштаб, получим, что $-2 < A < -1$. На указанном интервале расположено только число $-\sqrt{2}$. Следовательно, верный ответ — 3.

Ответ: 3.

- 8 Найдите значение выражения $\frac{x+5}{x^2-1,75}$ при $x = \frac{4}{3}$.

Решение. Подставляя данные, получим:

$$\frac{x+5}{x^2-1,75} = \frac{\frac{4}{3}+5}{\frac{16}{9}-\frac{7}{4}} = \frac{\frac{4+15}{3}}{\frac{64-63}{36}} = \frac{19}{3} \cdot 36 = 19 \cdot 12 = 228.$$

Ответ: 228.

- 9 Решите уравнение $|2x-1|=|x+3|$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Решение.

$$|2x-1|=|x+3| \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1=x+3 \\ 2x-1=-x-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4; \\ x=-\frac{2}{3}. \end{cases}$$

Ответ: 4.

- 10 Среди 400 изделий, произведённых фабрикой, в среднем 399 соответствуют стандарту. Какова вероятность того, что выбранное изделие будет нестандартным?

Решение. Из условия следует, что среди 400 изделий одно будет нестандартным. Вероятность того, что выбранное изделие будет нестандартным, составит $P = \frac{1}{400} = 0,0025$.

Ответ: 0,0025.

- 11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

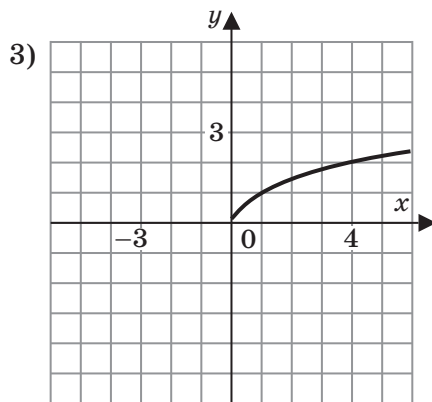
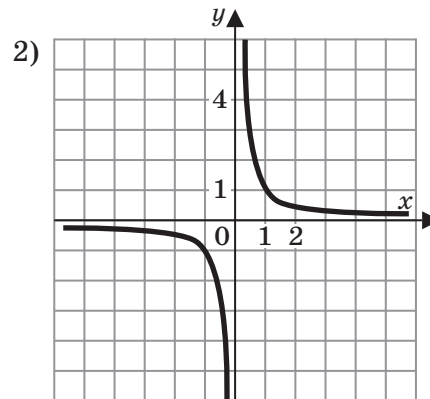
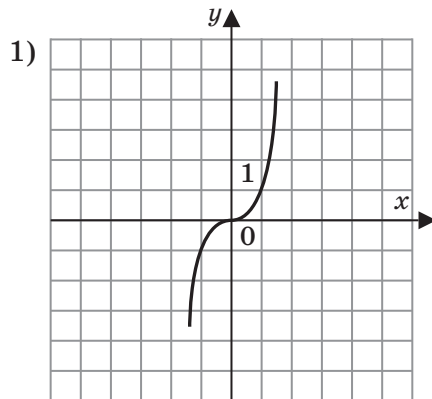
ФУНКЦИИ

А) $y = \frac{1}{x}$

Б) $y = \sqrt{x}$

В) $y = x^3$

ГРАФИКИ



Решение. График на рисунке 1) — кубическая парабола, т. е. В) — 1. График на рисунке 2) — гипербола, т. е. А) — 2. Следовательно, на рисунке 3) график квадратного корня, т. е. Б) — 3.

Ответ:

А	Б	В
2	3	1

- 12** Если два баллона с инертными газами объёмом V_1 м³ и V_2 м³, давление в которых равно P_1 кПа и P_2 кПа, соединить трубкой с краном, то после открытия крана давление P , установившееся в баллонах, находится по формуле $P = \frac{P_1 \cdot V_1 + P_2 \cdot V_2}{P_1 + P_2}$. Найдите

объём первого баллона, если объём второго баллона $V_2 = 7$ м³, давления $P_1 = 10$ кПа, $P_2 = 15$ кПа, а установившееся давление $P = 13$ кПа. Ответ дайте в м³.

Решение. Подставив данные, получим:

$$13 = \frac{10V_1 + 15 \cdot 7}{10 + 15} \Leftrightarrow 325 = 10V_1 + 105 \Leftrightarrow 10V_1 = 220 \Leftrightarrow V_1 = 22.$$

Ответ: 22.

- 13** Решите систему неравенств $\begin{cases} x^2 - 7x + 10 \leq 0; \\ x^2 - 9x + 18 \leq 0. \end{cases}$

В ответе укажите наибольшее целое решение системы.

Решение. Решим систему неравенств:

$$\begin{cases} x^2 - 7x + 10 \leq 0 \\ x^2 - 9x + 18 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)(x-5) \leq 0 \\ (x-3)(x-6) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \leq x \leq 5 \\ 3 \leq x \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow 3 \leq x \leq 5.$$

Получим, что наибольшее целое решение системы 5.

Ответ: 5.

- 14** Работница птицефабрики решила разложить собранные из-под несушек куриные яйца в коробки различной вместимости. В большую коробку вошла половина собранных яиц и ещё пол-яйца. В следующую коробку вошла половина оставшихся яиц и ещё пол-яйца, и т.д. Все собранные яйца поместились в 7 коробок. Сколько яиц было собрано?

Решение. Естественно, в каждую коробку клались целые яйца. Поэтому, если n_k — количество яиц, оставшихся для укладки в k , $k+1$...-тые коробки, то

$$n_{k+1} = n_k - \left(\frac{1}{2}n_k + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2}n_k - \frac{1}{2} \Leftrightarrow n_k = 2n_{k+1} + 1.$$

И так как $n_8 = 0$ (все яйца были уложены в 7 коробок), то

$$\Leftrightarrow n_7 = 1, n_6 = 3, n_5 = 7, n_4 = 15, n_3 = 31, n_2 = 63, n_1 = 127.$$

Получаем, что в первую коробку были положено $\frac{127}{2} + \frac{1}{2} = 64$ яйца, осталось 63.

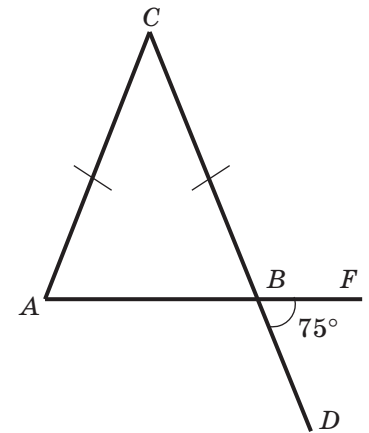
Во вторую коробку — $\frac{63}{2} + \frac{1}{2} = 32$ яйца, осталось 31. И т. д.

Ответ: 127.

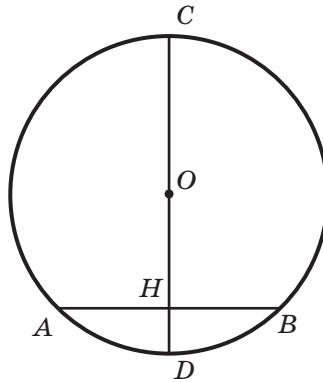
- 15** Угол FBD , вертикальный углу при вершине B равнобедренного треугольника ABC , где $CA = CB$, равен 75° . Найдите величину угла ACB . Ответ дайте в градусах.

Решение. Так как вертикальные углы равны, то $\angle FBD = \angle CBA = \angle CAB = 75^\circ$. По теореме о сумме углов треугольника получим: $\angle ACB = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$.

Ответ: 30.



- 16** Хорда AB , перпендикулярная диаметру CD окружности с центром в точке O , делит диаметр на отрезки $CH = 36$, $HD = 4$. Найдите длину хорды AB .



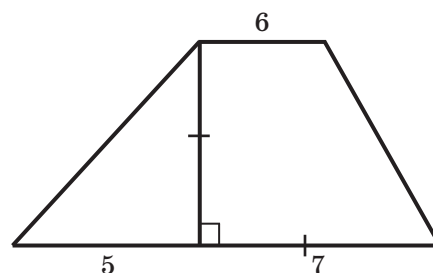
Решение. Используя свойство диаметра, перпендикулярного хорде окружности, и теорему о произведении отрезков пересекающихся хорд, получим: $\frac{1}{4}AB^2 = AH \cdot HB = CH \cdot HD = 36 \cdot 4 = 144$. Получим, что $AB = 24$.

Ответ: 24.

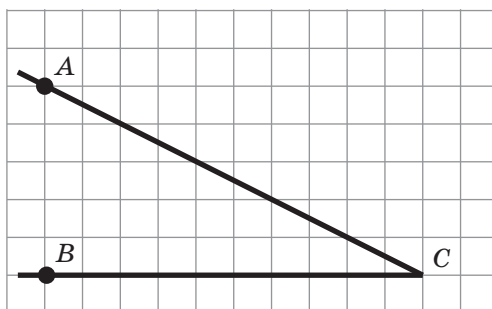
- 17 Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.

Решение. Из рисунка получим, что высота трапеции равна 7. Следовательно, площадь $S = \frac{6+12}{2} \cdot 7 = 63$.

Ответ: 63.



- 18 Найдите тангенс острого угла ACB , изображённого на рисунке.



Решение. Тангенсом острого угла ACB прямоугольного треугольника ABC называется отношение $\frac{AB}{BC} = \frac{5}{10} = 0,5$.

Ответ: 0,5.

- 19 Стрелка неоткалиброванных весов при любом взвешивании отклоняется от истинного значения в одну и ту же сторону на одну и ту же определённую величину. Результаты взвешивания на этих весах огурца, баклажана, помидора и луковицы составили соответственно 100, 220, 90 и 70 граммов. При взвешивании на контрольных весах на одну чашку были положены баклажан, помидор и луковица, а на другую — огурец. Для установления равенства к огурцу пришлось добавить 274 грамма в виде гирь. Укажите верные утверждения.

- 1) Истинный вес огурца 100 граммов.
- 2) Истинный вес огурца 97 граммов.
- 3) Истинный вес помидора 93 грамма.
- 4) Истинный вес помидора 87 граммов.

Решение. Пусть истинный вес огурца, баклажана, помидора и луковицы составляет a , b , c , d граммов соответственно. Тогда $a + x = 100$, $b + x = 100$, $c + x = 90$, $d + x = 70$, где x — отклонение неоткалиброванных весов от истинного веса, которое может быть как положительным, так и отрицательным. При взвешивании на контрольных весах получим, что $b + c + d = a + 274 \Leftrightarrow 380 - 3x = 374 - x \Leftrightarrow x = 3$. Следовательно, настоящий вес огурца составит 97 граммов, а помидора — 87 граммов. Утверждения 2) и 4) — верные, 1) и 3) — неверные.

Ответ: 24.

Часть 2

- 20 Решите уравнение $x^4 + 4x^2 - 5 = 0$.

Решение. $x^4 + 4x^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1; \\ x = -1. \end{cases}$

Ответ: $-1; 1$.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 21 Катер прошёл 48 км против течения реки и вернулся обратно, затратив на весь путь 10 ч. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки 2 км/ч.

Решение. Обозначив v км/ч собственную скорость катера, получим, что его скорость по течению составит $(v + 2)$ км/ч, а против течения $(v - 2)$ км/ч. Время, затраченное катером на прохождение 48 км по течению будет равно $\frac{48}{v+2}$ ч, а против течения — $\frac{48}{v-2}$ ч. Из условия задачи получаем, что $\frac{48}{v-2} + \frac{48}{v+2} = 10$.

Решим уравнение $\frac{48}{v-2} + \frac{48}{v+2} = 10 \Leftrightarrow 96v = 10v^2 - 40 \Leftrightarrow 5v^2 - 48v - 20 = 0$. Решая квадратное уравнение и учитывая, что скорость — величина положительная, получим, что $v = 10$ км/ч.

Ответ: 10.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

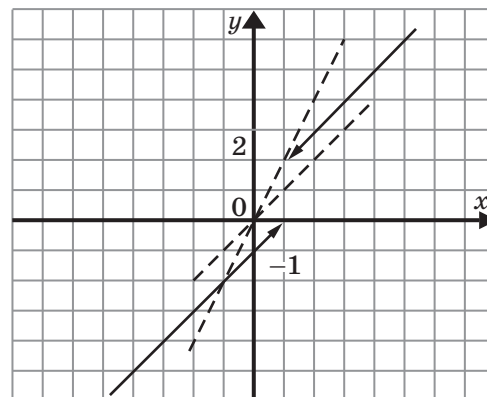
- 22 Постройте график функции $y = x + \frac{|x-1|}{x-1}$.

Определите, при каких значениях параметра c прямая, заданная уравнением $y = cx$, имеет с графиком функции более одной общей точки.

Решение. Используя определение модуля выражения, получим, что

$$y = x + \frac{|x-1|}{x-1} \Leftrightarrow y = \begin{cases} x+1, & \text{если } x > 1; \\ x-1, & \text{если } x < 1. \end{cases} \quad \text{Таким образом,}$$

график функции состоит из луча прямой $y = x + 1$, заданного на интервале $(1; +\infty)$, и луча прямой $y = x - 1$, заданного на интервале $(-\infty; 1)$.

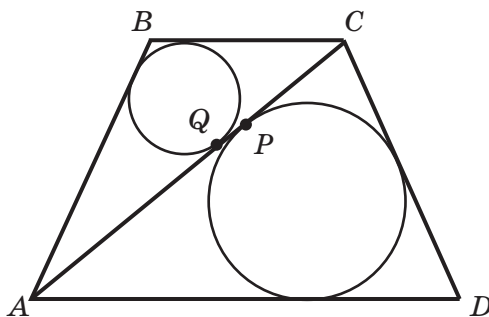


Прямые семейства $y = cx$ будут иметь с графиком функции более одной общей точки, для любого значения параметра c из интервала $(1; 2)$, как показано на рисунке.

Ответ: $(1; 2)$.

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно. Верно найдены искомые значения параметров
1	График построен верно, но искомые значения параметров найдены неверно или не найдены вовсе
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 23 В трапеции $ABCD$ с основаниями $AD = 14$, $BC = 9$ и боковыми сторонами $AB = 6$, $CD = 7$ проведена диагональ AC . В каждый из треугольников ADC и ACB вписаны окружности. Найдите расстояние между точками касания окружностей и диагональю AC .



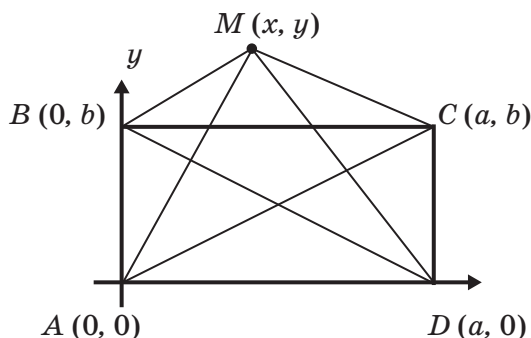
Решение. Используем теорему о том, что если в треугольник ABC вписана окружность, то расстояние от вершины A треугольника до точки касания окружности со стороной AB или AC будет равно $p - a$, где p — полупериметр треугольника, а a — длина стороны BC .

Таким образом, $AQ = p_{\triangle ABC} - BC = \frac{AB + AC - BC}{2}$, $AP = p_{\triangle ADC} - DC = \frac{AD + AC - DC}{2}$. Следовательно, $PQ = |AP - AQ| = \left| \frac{AD + BC - DC - AB}{2} \right| = \frac{14 + 9 - 13}{2} = 5$.

Ответ: 5.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены верно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 24 Докажите, что сумма квадратов расстояний от произвольной точки M плоскости до вершин A и C прямоугольника $ABCD$ равна сумме квадратов расстояний до вершин B и D .

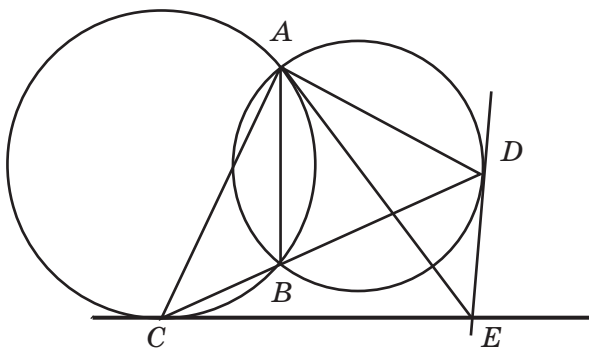


Доказательство. Введём систему координат, разместив вершину A прямоугольника в начале координат, а оси координат направив по сторонам прямоугольника. Если a и b — длины сторон прямоугольника, то координаты других вершин $B(0, b)$, $C(a, b)$, $D(a, 0)$.

Пусть $M(x, y)$ — произвольная точка координатной плоскости. Тогда квадраты расстояний соответственно будут равны $MA^2 = x^2 + y^2$, $MB^2 = x^2 + (y - b)^2$, $MC^2 = (x - a)^2 + (y - b)^2$, $MD^2 = (x - a)^2 + y^2$. Отсюда, очевидно, получается, что $MA^2 + MC^2 = MB^2 + MD^2$.

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 25 Две окружности пересекаются в точках A и B . Через точку B проведена прямая, пересекающая окружности в точках C и D , лежащих по разные стороны от прямой AB . Касательные к этим окружностям, проведённые через точки C и D , пересекаются в точке E . Найдите AC , если $AB = 12$, $AD = 21$, $AE = 35$.



Решение. Угол, образованный касательной и хордой, проходящей через точку касания, равен вписанному углу, опирающемуся на дугу окружности, заключённую между касательной и хордой. Поэтому $\angle DCE = \angle CAB = \alpha$, $\angle CDE = \angle BAD = \beta$. Следовательно, $\angle CAD = \alpha + \beta$, $\angle CED = \pi - (\alpha + \beta)$. Так как сумма двух противоположных углов четырёхугольника $ACED$ равна π , то вокруг этого четырёхугольника можно описать окруж-

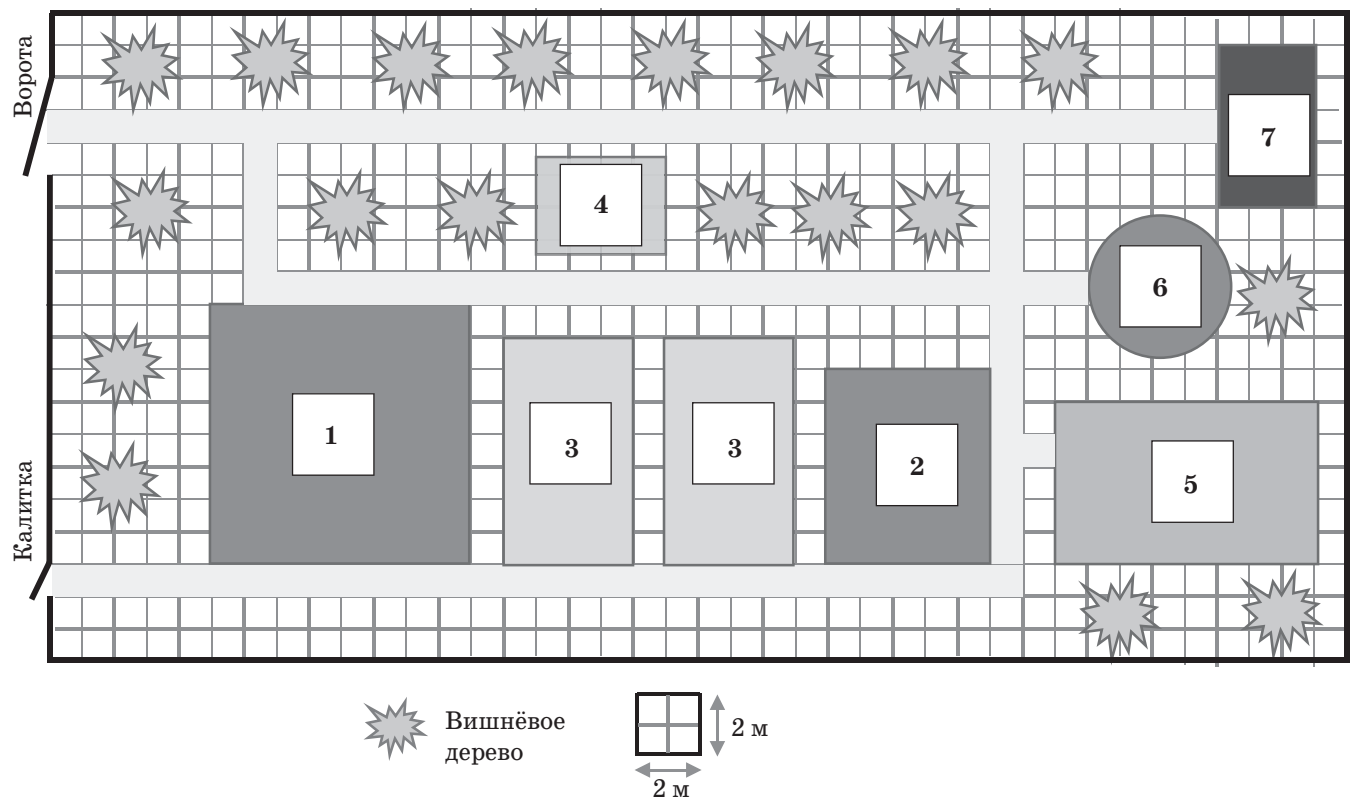
ность. Вписанные углы, опирающиеся на одну хорду окружности, равны, и поэтому $\angle ACB = \angle AED = \gamma$, $\angle EAD = \angle DCE = \alpha$. Получим, что $\triangle ACB = \triangle AED$ по двум углам. Отсюда $\frac{AC}{AB} = \frac{AE}{AD}$. Подставляя, получим, что $AC = 12 \cdot \frac{35}{21} = 20$.

Ответ: 20.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ ВАРИАНТА 4

Часть 1



На дачном участке одного из подмосковных СНТ владельцем был построен большой двухэтажный дом. Участок обнесён деревянным забором, в котором сделаны входная калитка и въездные ворота. Дорога от ворот ведёт к навесу для автомобиля, проходя мимо беседки. Вдоль дороги и на участке посажены вишнёвые деревья. Дорожка от калитки проходит мимо дома, грядок овощных культур, бани, а после поворота справа остаётся хозблок, а за ним бассейн.

- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане.

Объекты	Жилой дом	Беседка	Бассейн	Баня
Цифры				

Решение. Используя план участка и определяя по тексту номера объектов на нём, получим, что жилой дом — 1), беседка — 4), бассейн — 6), баня — 2).

Ответ: 1462.

- 2 Найдите ширину ворот, ведущих на участок. Ответ дайте в м.

Решение. Используя масштаб, получим, что ширина ворот составляет 3 м.

Ответ: 3.

- 3** Используя масштаб, указанный на плане участка, найдите площадь дачного участка. Ответ дайте в гектарах (1 га = 100 м · 100 м).

Решение. По плану рисунка находим, что $S = 20 \cdot 40 = 800 \text{ м}^2 = 0,08 \text{ га}$.

Ответ: 0,08.

- 4** Найдите длину дорожки, ведущей от въездных ворот до бассейна. Ответ дайте в м.

Решение. Используя масштаб, получим, что длина дорожки, ведущей от въездных ворот до бассейна, равна 37 м.

Ответ: 37.

- 5** Владельцы участков СНТ решили улучшить дорожное покрытие. Для этого требуется перевезти груз сыпучих материалов массой 113 тонн. В распоряжении транспортной компании находятся машины 3 типов, данные о которых приведены в таблице.

Тип машины	Грузоподъёмность, т	Стоимость рейса, руб.
1	3	2000
2	4	3000
3	7	5000

Какова будет наименьшая оплата перевозки груза, если известно, что машины загружаются полностью? Ответ дайте в тысячах рублей.

Решение. Сравнивая стоимости перевозок, получаем, что за 6000 рублей машинами первого типа можно перевезти 9 тонн груза и только 8 тонн машинами второго типа. Поэтому делать более одного рейса машиной второго типа невыгодно. Аналогично получим, что за 10 000 рублей машинами первого типа можно перевезти 15 тонн и только 14 тонн машинами третьего типа.

Следовательно, оптимальным вариантом будет перевозка как можно большего груза на машинах первого типа. Так как $113 = 3 \cdot 35 + 4 \cdot 2$, то стоимость перевозки составит $35 \cdot 2000 + 2 \cdot 3000 = 76\,000$.

Ответ: 76.

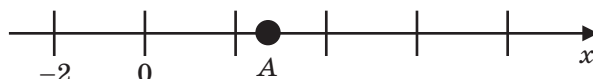
- 6** Найдите значение выражения $0,5 : 1,25 + 3\frac{1}{2} \cdot 1,03$.

Решение.

$$0,5 : 1,25 + 3\frac{1}{2} \cdot 1,03 = \frac{1}{2} : \frac{5}{4} + \frac{7}{2} \cdot \frac{103}{100} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} + \frac{721}{200} = \frac{2}{5} + \frac{721}{200} = \frac{801}{200} = 4,005.$$

Ответ: 4,005.

- 7** На координатной прямой отмечена точка A.



Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка A?

- 1) $\sqrt{7}$ 2) $\sqrt{3}$ 3) $\sqrt{4}$ 4) $\sqrt{16}$

Решение. Используя заданный масштаб, получим, что $2 < A < 4$. В указанном промежутке лежит число $\sqrt{7}$. Следовательно, верный ответ — 1.

Ответ: 1.

- 8 Найдите значение выражения $\frac{a^2 - 225}{15 - a}$, если $a = -7$.

Решение. Преобразуем выражение: $\frac{a^2 - 225}{15 - a} = \frac{(a - 15)(a + 15)}{-(a - 15)} = -(a + 15)$. Подставив, получим, что значение выражения равно -8 .

Ответ: -8 .

- 9 Решите уравнение $x^3 + 2x^2 - 9x - 18 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Решение. $x^3 + 2x^2 - 9x - 18 = 0 \Leftrightarrow x^2(x + 2) - 9(x + 2) = 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x^2 - 9) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2; \\ x = -3; \\ x = 3. \end{cases}$

Выбирая меньший корень уравнения, получим, что он равен -3 .

Ответ: -3 .

- 10 Среди 128 человек 70 знают английский язык, 60 — немецкий, 50 — знают оба языка. Какова вероятность того, что наудачу выбранный человек не знает ни одного иностранного языка?

Решение. Найдём количество людей, которые не знают ни одного языка: $128 = n + 70 + 60 - 50 \Leftrightarrow n = 48$. Следовательно, вероятность того, что наудачу выбранный человек не знает ни одного иностранного языка составит $P = \frac{48}{128} = 0,375$.

Ответ: $0,375$.

- 11 Установите соответствие между уравнениями и их графиками.

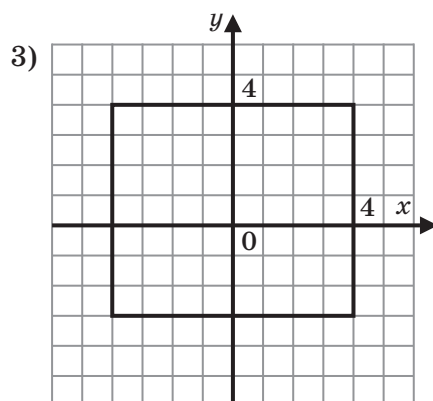
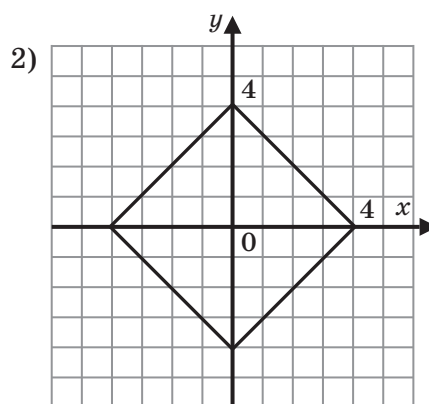
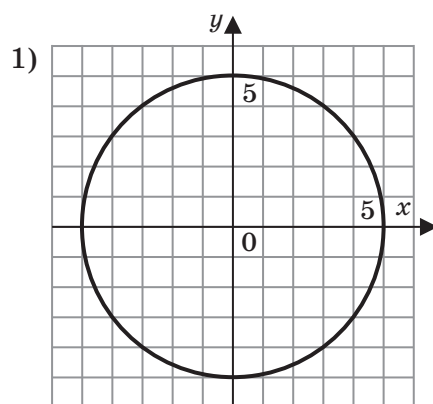
УРАВНЕНИЯ

А) $|x| + |y| = 4$

Б) $|x + y| + |x - y| = 8$

В) $x^2 + y^2 = 25$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Решение. На рисунке 1) изображена окружность, что соответствует В). На рисунке 2) изображён квадрат, диагональ которого равна 8, что соответствует А). На рисунке 3) изображён квадрат, диагональ которого равна $8\sqrt{2}$, что соответствует Б).

Ответ:	А	Б	В
	2	3	1

- 12** Если при съёмке предмета фотоаппаратом с расстояния d_1 м высота предмета получается равной h_1 мм, а при съёмке того же предмета с расстояния d_2 м высота предмета получается равной h_2 мм, то фокусное расстояние F объектива вычисляется по формуле $F = \frac{h_1 d_1 - h_2 d_2}{h_1 - h_2}$. Определите фокусное расстояние F , если $d_1 = 4,25$ м, $h_1 = 2,5$ мм, $d_2 = 102,2$ м, $h_2 = 12,5$ мм. Ответ дайте в см.

Решение. Подставляя заданные значения, находим, что

$$F = \frac{h_1 d_1 - h_2 d_2}{h_1 - h_2} = \frac{2,5 \cdot 4,25 - 12,5 \cdot 102,2}{2,5 - 12,5} = 21,5.$$

Ответ: 21,5.

- 13** Решите систему неравенств $\begin{cases} 9x + 46 > 0; \\ x - 4 < 0. \end{cases}$

В ответе укажите наибольшее целое решение системы.

Решение. Решая систему, получим: $\begin{cases} 9x + 46 > 0 \\ x - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -5\frac{1}{9} \\ x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow -5\frac{1}{9} < x < 4$. Наибольшее

целое число, расположенное на полученном интервале, равно 3.

Ответ: 3.

- 14** Найдите наибольшее количество подряд идущих натуральных чисел, сумма которых равна 2019.

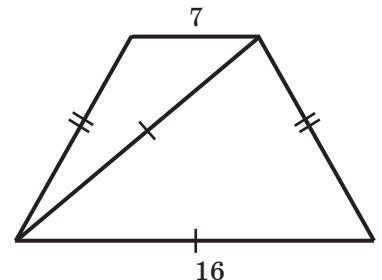
Решение. Так как подряд идущие натуральные числа образуют арифметическую прогрессию, то если n_1 — первое число, а n_k — последнее, k -тое число, получим, что $2019 = \frac{n_1 + n_k}{2} \cdot k \Leftrightarrow (n_1 + n_k) \cdot k = 4038$. Получим, что число 4038 разложено на два множителя, первый из которых больше второго, т. к. $n_1 \geq 1$, $n_k \geq k \Rightarrow n_1 + n_k \geq k + 1$, а второй должен быть как можно больше. Раскладывая число 4038 указанным способом, получим, что $4038 = 2019 \cdot 2 = 1346 \cdot 3 = 673 \cdot 6$.

Ответ: 6.

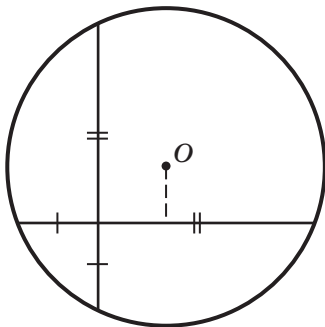
- 15** Найдите периметр равнобедренной трапеции, изображённой на рисунке, если длина её большего основания равна длине её диагонали.

Решение. Проводя высоту равнобедренной трапеции и обозначив её боковую сторону x , получим: $16^2 - 11,5^2 = x^2 - 4,5^2 \Leftrightarrow x^2 = 144 \Rightarrow x = 12$. Находим периметр: $16 + 7 + 12 + 12 = 47$.

Ответ: 47.



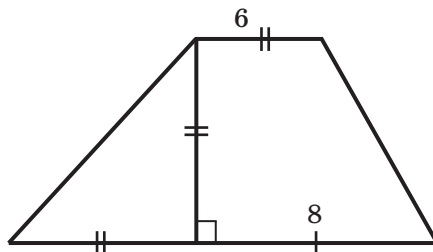
- 16 В окружности проведены две равные взаимно перпендикулярные хорды. Каждая из них делится другой хордой на два отрезка, меньший из которых равен 5. Найдите длину хорд, если расстояние от центра окружности до каждой хорды равно 2.



Решение. Так как перпендикуляр, проведённый из центра окружности на хорду, делит её пополам, то получим, что половина хорды равна 7, а вся хорда равна 14.

Ответ: 14.

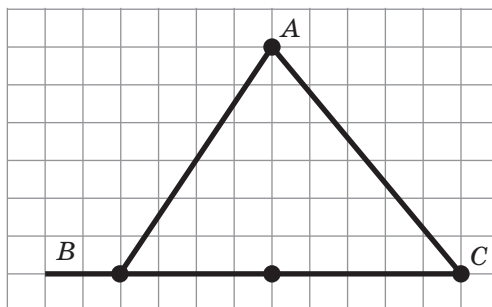
- 17 Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



Решение. Из рисунка получим, что большее основание трапеции равно 14, высота равна 6. Тогда площадь $S = \frac{14+6}{2} \cdot 6 = 60$.

Ответ: 60.

- 18 Найдите сумму тангенсов острых углов ABC и ACB , изображённых на рисунке.



Решение. Используя определение тангенса острого угла прямоугольного треугольника, получим, что $\operatorname{tg} \angle ABC = \frac{6}{4} = 1,5$, $\operatorname{tg} \angle ACB = \frac{6}{5} = 1,2$, $\operatorname{tg} \angle ABC + \operatorname{tg} \angle ACB = 2,7$.

Ответ: 2,7.

- 19 За круглым столом сидят 6 человек, каждый из которых либо лжец, т. е. всегда лжёт, либо рыцарь, т. е. всегда говорит правду. Каждый из них сказал: «Мои соседи слева и справа разного типа». Укажите верные утверждения.

- 1) За столом могут сидеть 6 рыцарей.
- 2) За столом могут сидеть 6 лжецов.

3) За столом могут сидеть 2 рыцаря и 4 лжеца.

4) За столом могут сидеть 4 рыцаря и 2 лжеца.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Решение.

1) Утверждение неверно, т. к. в этом случае соседи рыцарей одного типа, т. е. рыцари.

2) Утверждение верно, т. к. в этом случае слова каждого из них — ложь.

3) Утверждение неверно, т. к. найдётся лжец, рядом с которым сидит как рыцарь, так и лжец. И в этом случае высказывание лжеца — правда. Противоречие.

4) Утверждение верно, т. к. рыцари могут сидеть парами, между которыми сидят лжецы.

Ответ: 24.

Часть 2

20 Решите уравнение $(x+2)(x+3)(x-2) = -12$.

Решение. $(x+2)(x+3)(x-2) = -12 \Leftrightarrow (x^2 - 4)(x+3) = -12 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = -12 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 + 3x - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4; \\ x = 1; \\ x = 0. \end{cases}$$

Ответ: -4; 0; 1.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

21 Два экскаватора, работая совместно, вырыли котлован за 24 дня, причём производительность первого была в 1,5 раза больше, чем у второго. За какое время мог бы вырыть весь котлован первый экскаватор, работая отдельно? Ответ дайте в часах.

Решение. Производительность — величина, обратная затраченному времени, или часть работы, выполняемая за единицу времени. Пусть первый экскаватор за час вырывает p — часть работы, тогда второй в 1,5 раза меньше, т. е. $\frac{2}{3}p$. Работая совмест-

но, два экскаватора вырыли котлован за 24 дня, т. е. $24\left(p + \frac{2}{3}p\right) = 1 \Leftrightarrow 40p = 1 \Leftrightarrow p = \frac{1}{40}$.

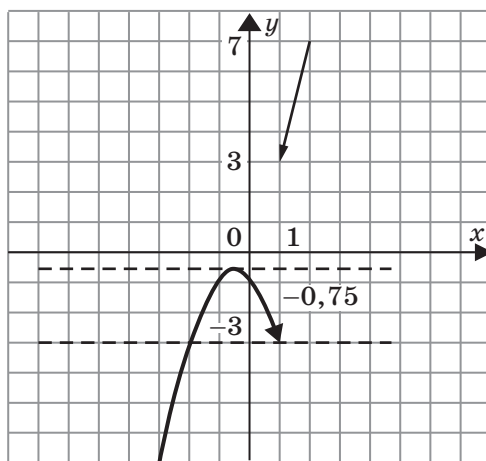
Следовательно, весь котлован первый экскаватор, работая отдельно, мог бы вырыть за 40 дней.

Ответ: 40.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

22 Постройте график функции $y = \frac{x^3 - 1}{|x - 1|}$.

Определите, при каких значениях параметра c прямая, заданная уравнением $y = c$, имеет с графиком функции ровно одну общую точку.



Решение. Используя определение модуля выражения, получим, что функцию можно представить следующим образом:

$$y = \frac{x^3 - 1}{|x - 1|} \Leftrightarrow y = \begin{cases} x^2 + x + 1, & \text{если } x > 1; \\ -(x^2 + x + 1), & \text{если } x < 1. \end{cases}$$

График будет состоять из фрагментов параболы $y = -(x^2 + x + 1)$ и $y = x^2 + x + 1$, расположенных на указанных интервалах. Прямая, заданная уравнением $y = c$, имеет с графиком функции ровно одну общую точку при любом значении параметра $c \in (-\infty; -3] \cup (3; +\infty)$, а также при $c = -0,75$, когда прямая проходит через вершину параболы $y = -(x^2 + x + 1)$.

Ответ: $(-\infty; -3] \cup \{-0,75\} \cup (3; +\infty)$.

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно. Верно найдены искомые значения параметров
1	График построен верно, но искомые значения параметров найдены неверно или не найдены вовсе
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 23 В 9 утра из пункта A в пункт B выехал мотоциклист, и одновременно из пункта B в пункт A выехал автобус. Мотоциклист встретил автобус на расстоянии $\frac{1}{4}$ пути от B . Доехав до пункта B в 11 часов, мотоциклист мгновенно развернулся и, двигаясь с той же скоростью, вернулся в пункт A , снова обогнав автобус. Найдите время, когда автобус прибыл в пункт A . (Мотоциклист и автобус движутся равномерно и прямолинейно.)

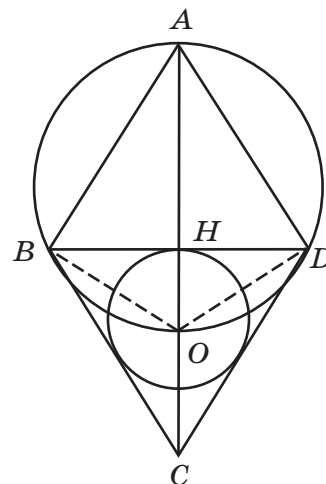
Решение. В момент первой встречи мотоциклист проехал $\frac{3}{4}$ пути от A до B , в то время как автобус проехал $\frac{1}{4}$ пути от A до B . Следовательно, скорость автобуса в три раза меньше, чем скорость мотоциклиста. Так как мотоциклист затратил на путь от A до B 2 часа, то автобус — в три раза больше, т. е. 6 часов. Следовательно, автобус прибыл в 15 часов.

Ответ: 15.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены верно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 24 Дан ромб $ABCD$. Окружность радиуса R описана около треугольника ABD и проходит через центр окружности, вписанной в треугольник BCD . Докажите, что $\triangle BCD$ — равносторонний.

Доказательство. Так как $ABCD$ — ромб, то треугольники BAD и BCD равнобедренные. Если $\angle BCD = 2\alpha$, то $\angle DBO = \alpha$, т. к. центр окружности, вписанной в треугольник, — точка пересечения биссектрис его углов. $\angle OAD = \angle DBO = \alpha$ как вписанные в окружность углы, опирающиеся на дугу $\cup OD$. Следовательно, $\angle DBA = 2\alpha$. Так как $ABCD$ — ромб, то $\angle DCB = \angle DBA = \angle CBD = \angle CDB$. То есть $\triangle BCD$ — равносторонний, что и требовалось доказать.



Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 25 Дан ромб $ABCD$. Окружность радиуса $R = 8\sqrt[4]{3}$ описана около треугольника ABD и проходит через центр окружности, вписанной в треугольник BCD . Найдите площадь ромба.

Решение. Так как $ABCD$ — ромб, то треугольники BAD и BCD равнобедренные. Если $\angle DBC = 2\alpha$, то $\angle DBO = \alpha$, т. к. центр окружности, вписанной в треугольник, — точка пересечения биссектрис его углов. $\angle OAD = \angle DBO = \alpha$ как вписанные в окружность углы, опирающиеся на дугу $\cup OD$. Следовательно, $\angle DBA = 2\alpha$. Так как $ABCD$ — ромб, то $\angle DCB = \angle DBA = \angle CBD = \angle CDB$.

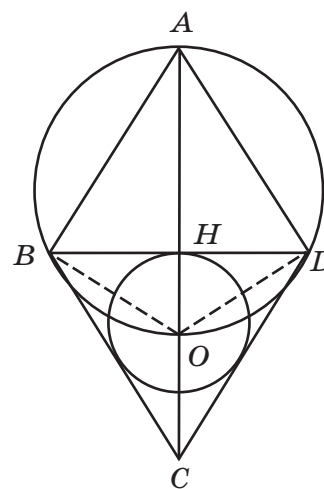
Площадь равностороннего треугольника, радиус описанной окружности около которого равен R , находится по формуле

$$S = \frac{3\sqrt{3}R^2}{2}.$$

Следовательно, площадь ромба будет равна

$$S = 3\sqrt{3} \cdot 64\sqrt{3} = 576.$$

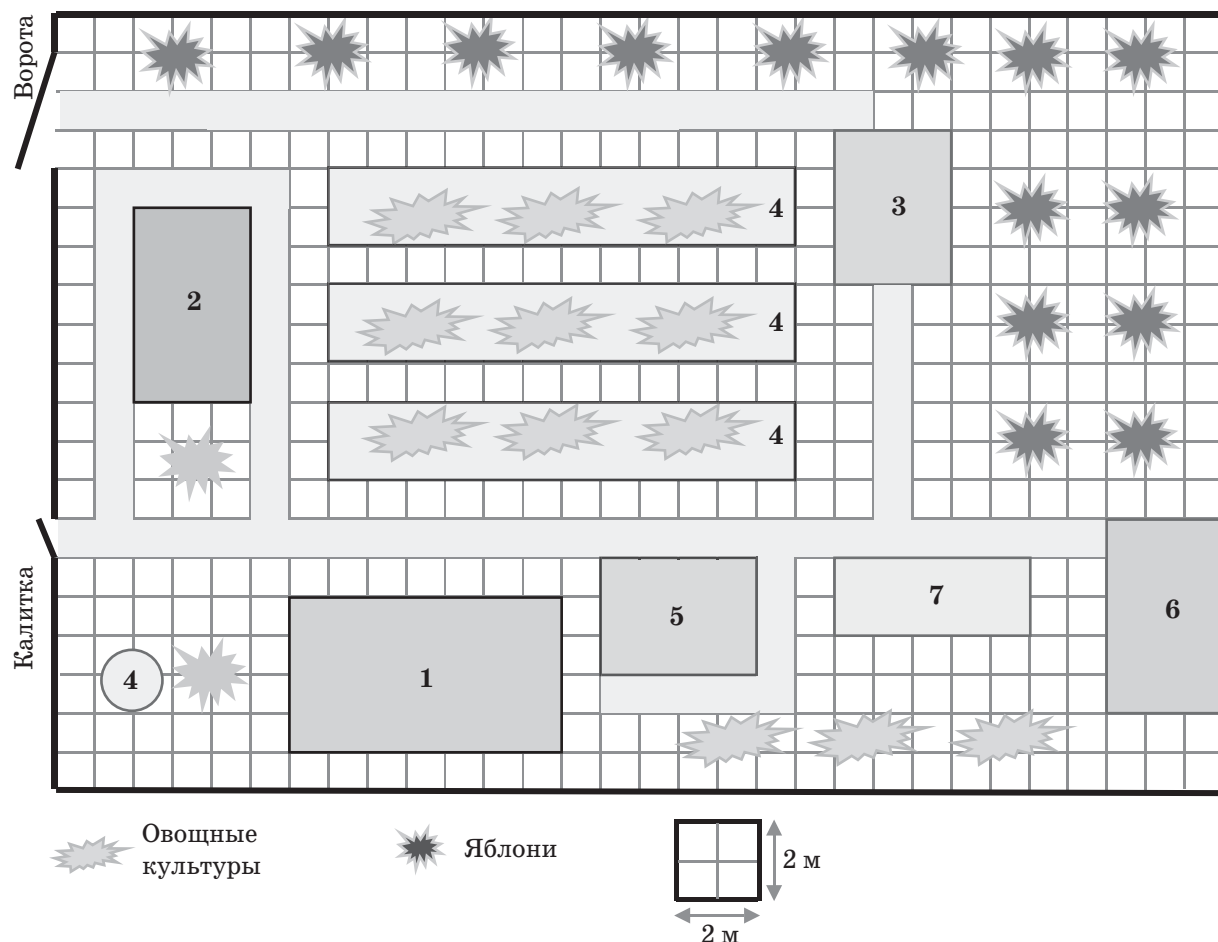
Ответ: 576.



Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ ВАРИАНТА 5

Часть 1



На рисунке изображён план дачного участка, расположенного в одном из садоводческих товариществ Московской области. При входе на участок через калитку справа расположен круглый колодец. Далее справа находится жилой дом, за ним стоит беседка. За беседкой находится зона барбекю. Дорожка, ведущая от калитки, упирается в хозблок. Слева от входа расположена баня, вокруг которой проходит дорожка. Кроме того, на участке есть теплица, к которой ведёт дорожка от зоны барбекю. Между баней и теплицей расположены посадки овощных культур, а по периметру высажены плодовые кустарники.

- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане.

Объекты	Жилой дом	Баня	Хозблок	Зона барбекю
Цифры				

Решение. Исходя из описания расположения объектов на участке, получим, что жилой дом обозначен цифрой 1, баня — цифрой 2, хозблок — цифрой 6, зона барбекю — цифрой 7.

Ответ: 1267.

- 2** Найдите площадь, которую занимает на участке зона барбекю. Ответ дайте в квадратных метрах.

Решение. Зона барбекю обозначена цифрой 7 и имеет вид прямоугольника со сторонами 2 и 5 метров. Следовательно, площадь зоны барбекю равна 10 м^2 .

Ответ: 10.

- 3** Найдите площадь дачного участка. Ответ дайте в квадратных метрах.

Решение. Участок имеет вид прямоугольника со сторонами 20 и 30 м. Поэтому его площадь равна $20 \cdot 30 = 600 \text{ м}^2$.

Ответ: 600.

- 4** Найдите длину дорожки от калитки до хозблока. Ответ дайте в метрах.

Решение. Используя указанный масштаб, получим, что искомая длина дорожки равна 27 м.

Ответ: 27.

- 5** Владелец дачного участка в среднем собирает 50 кг яблок с каждой яблони. Заменяя соковыжималкой ручной пресс для отжима, он надеется получить большее количество сока. Данные о производительности устройств приведены в таблице.

	Выход сока, % от массы сырья	Потери при подготовке, % от массы сырья
Ручной пресс	40	10
Соковыжималка	50	8

Используя данные, определите, на какое количество увеличится масса полученного сока. Ответ дайте в килограммах.

Решение. Так как на участке находится 16 яблонь, то урожай составит 800 кг. При использовании ручного пресса будет получено $800 \cdot 0,4 \cdot 0,9 = 288 \text{ кг}$ сока. При использовании соковыжималки выход сока составит $800 \cdot 0,5 \cdot 0,92 = 368 \text{ кг}$ сока. Следовательно, масса сока увеличится на 80 кг.

Ответ: 80.

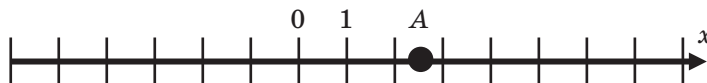
- 6** Найдите значение выражения $\frac{7}{15} \cdot \frac{3}{2}$.

Решение. Используя правило умножения простых дробей, т. е. $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$, получим:

$$\frac{7}{15} \cdot \frac{3}{2} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10} = 0,7.$$

Ответ: 0,7.

- 7** На координатной прямой отмечена точка А.



Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка A ?

- 1) 0,7 2) 2,5 3) π 4) $\sqrt{2}$

Решение. Учитывая масштаб, заданный на числовой оси, получим, что $2 < A < 3$. Из четырёх значений, предложенных для выбора, данному неравенству отвечает только 2,5.

Ответ: 2,5.

- 8 Найдите значение выражения $a + \frac{3b - 4a^2}{4a}$ при $a = 3$, $b = 20$.

Решение. Преобразуем выражение, разложив дробь: $a + \frac{3b - 4a^2}{4a} = a + \frac{3b}{4a} - \frac{4a^2}{4a} = \cancel{a} + \frac{3b}{4a} - \cancel{a} = \frac{3b}{4a}$. Подставим значения переменных $\frac{3 \cdot 20}{4 \cdot 3} = 5$.

Ответ: 5.

- 9 Решите уравнение $x^2 - x - 6 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Решение. Уравнение $x^2 - x - 6 = 0$ — квадратное. Найдём его дискриминант: $D = 1 + 4 \cdot 6 = 25$. Применим алгоритм нахождения корней квадратного уравнения:

$$\begin{cases} x = \frac{1+5}{2} \\ x = \frac{1-5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3; \\ x = -2. \end{cases}$$

Выбирая больший корень уравнения, получим: $x = 3$.

Ответ: 3.

- 10 Школьники Вася, Петя, Коля и Лёша бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет Вася.

Решение. Так как исходов выбора начинающего 4, а благоприятных для Васи — 1, то вероятность события «Вася начинает игру» равна $\frac{1}{4} = 0,25$.

Ответ: 0,25.

- 11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

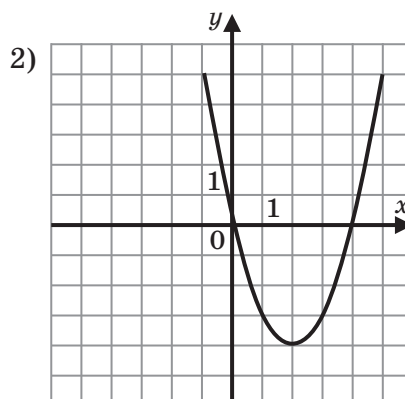
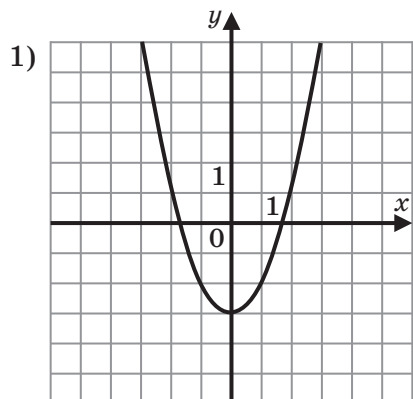
ФУНКЦИИ

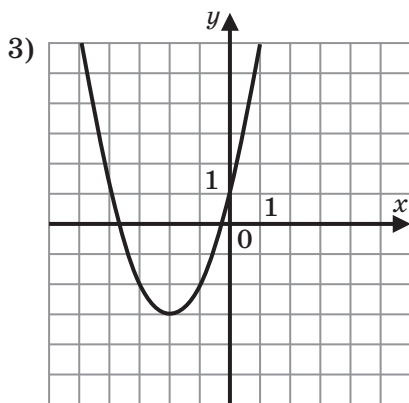
А) $y = x^2 + 4x + 1$

Б) $y = x^2 - 3$

В) $y = x^2 - 4x$

ГРАФИКИ





В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Решение. На рисунках приведены графики квадратичной функции $y = x^2 + bx + c$, расположение которых на координатной плоскости определяется вершиной $x_B = -\frac{b}{2}$,

$y_B = \frac{-b^2 + 4c}{2}$ и направлением ветвей параболы: если старший коэффициент положителен, то ветви направлены вверх; если старший коэффициент отрицателен, то ветви направлены вниз.

А) $y = x^2 + 4x + 1$. Найдём координаты вершины: $x_B = -2$, $y_B = -3$. Найденные координаты соответствуют графику под номером 3).

Б) $y = x^2 - 3$. Координаты вершины $x_B = 0$, $y_B = -3$, что соответствует графику 1).

В) $y = x^2 - 4x$. Координаты вершины $x_B = 2$, $y_B = -4$, что соответствует графику 2).

Ответ:

А	Б	В
3	1	2

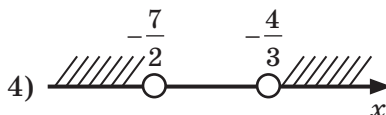
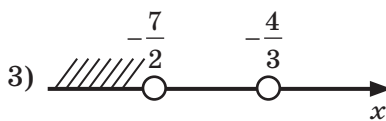
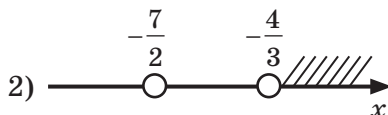
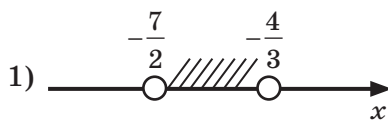
- 12** При прохождении одного и того же участка пути автобус из пункта А в пункт В двигался со скоростью v_1 , а обратно — со скоростью v_2 . Средняя скорость движения в этом случае не зависит от расстояния между пунктами и вычисляется по формуле $\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} = \frac{2}{v_{\text{ср}}}$.

Найдите среднюю скорость движения автобуса, если $v_1 = 40$ км/ч, $v_2 = 60$ км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Решение. Подставляя заданные величины скоростей, получим, что $\frac{2}{v_{\text{ср}}} = \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} = \frac{1}{40} + \frac{1}{60} = \frac{5}{120} = \frac{1}{24} = \frac{2}{48}$. Следовательно, $v_{\text{ср}} = 48$ км/ч.

Ответ: 48.

- 13** Укажите решение системы неравенств $\begin{cases} 2x + 7 > 0; \\ 3x + 4 < 0. \end{cases}$



Решение. Имеем: $\begin{cases} 2x+7>0 \\ 3x+4<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-3,5 \\ x<-\frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow -3,5 < x < -\frac{4}{3}.$

Полученное решение изображено на рисунке 1).

Ответ: 1.

- 14** При установке освещения 10 мачт были сложены рядом с местом установки первой мачты. После установки первой оставшиеся были развезены по одной на место установки погрузчиком, который может за один раз отвезти только одну мачту. Расстояния между местами установок — 100 метров. Погрузчик, переместив очередную мачту, возвращается за следующей к месту их выгрузки. После установки последней погрузчик снова возвратился к исходному положению. Пренебрегая расстоянием, требующимся для поворота, найдите общее расстояние, пройденное погрузчиком. Ответ дайте в метрах.

Решение. Первая мачта была установлена на месте выгрузки. Расстояния, пройденные погрузчиком для установки следующих, кратны 200 м:

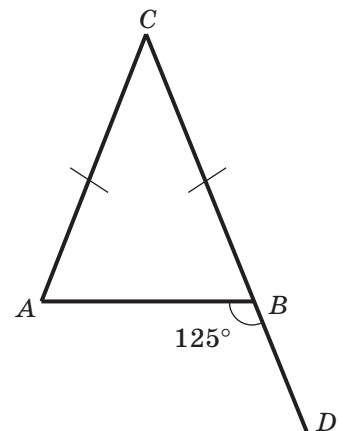
$$200 + 400 + \dots + 1800 = \frac{200 + 1800}{2} \cdot 9 = 9000.$$

Ответ: 9000.

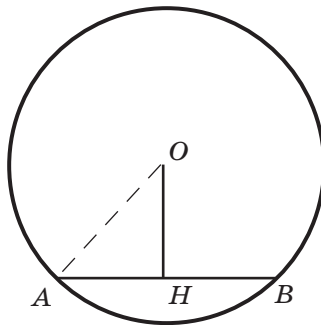
- 15** В равнобедренном треугольнике ABC , $AC = BC$, внешний угол ABD при вершине B треугольника равен 125° . Найдите величину угла CAB треугольника. Ответ дайте в градусах.

Решение. $\angle CAB = \angle ABC = 180^\circ - \angle ABD = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$.

Ответ: 55.



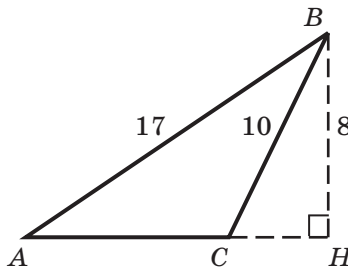
- 16** Найдите длину хорды AB окружности с центром в точке O , если радиус окружности равен 17, а расстояние от центра окружности до хорды равно 8.



Решение. Перпендикуляр, проведённый из центра окружности на её хорду, делит эту хорду пополам. Поэтому $\frac{1}{2}AB = AH = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15$. Следовательно, $AB = 30$.

Ответ: 30.

- 17 Найдите площадь треугольника ABC , изображённого на рисунке.



Решение. По теореме Пифагора получим, что $AH = \sqrt{289 - 64} = 15$, $CH = \sqrt{100 - 64} = 6$.

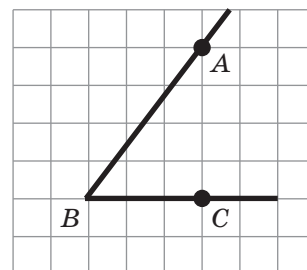
Следовательно, $AC = 15 - 6 = 9$, $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BH = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 8 = 36$.

Ответ: 36.

- 18 Найдите синус острого угла, изображённого на рисунке.

Решение. Находим, что $BC = 3$, $AC = 4$. Тогда по теореме Пифагора получим, что $BA = 5$. Синус острого угла прямоугольного треугольника есть отношение катета противолежащего углу к его гипотенузе. Поэтому $\sin B = \frac{AC}{BA} = \frac{4}{5} = 0,8$.

Ответ: 0,8.



- 19 Укажите, какие из перечисленных ниже утверждений верны для любого треугольника.

- 1) Сумма углов любого треугольника равна 180° .
- 2) В любом треугольнике найдётся угол, равный 90° .
- 3) В любом треугольнике найдётся угол, больший прямого.
- 4) В любом треугольнике найдётся угол, не меньший 60° .

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Решение. Утверждение 1) — теорема о сумме углов треугольника. Поэтому 1) — верно.
 2) Утверждение 2) — неверно, т. к. в остроугольном треугольнике все углы меньше прямого.
 3) Утверждение 3) — неверно, т. к. в остроугольном треугольнике все углы меньше прямого.
 4) Утверждение 4) — верно, т. к. в противном случае все углы должны быть меньше 60° и, следовательно, теорема о сумме углов треугольника не будет верной.

Ответ: 14.

Часть 2

- 20 Решите уравнение $x^4 = (2x + 3)^2$.

Решение. Так как $x^4 = (x^2)^2$, то для решения уравнения можно применить формулу разности квадратов:

$$x^4 = (2x + 3)^2 \Leftrightarrow (x^2)^2 - (2x + 3)^2 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 2x - 3) \cdot (x^2 + 2x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 3 = 0; \\ x^2 + 2x + 3 = 0. \end{cases}$$

Таким образом, исходное уравнение равносильно совокупности двух квадратных уравнений. Решая первое, получим: $x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3; \\ x = -1. \end{cases}$

Второе уравнение $x^2 + 2x + 3 = 0$ не имеет решения, т. к. его дискриминант $D = -8$.

Ответ: $-1; 3$.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 21** Из пункта A со скоростью 15 км/ч выехал велосипедист. Через 1 ч следом за ним со скоростью 30 км/ч выехал мотоциклист. Найдите время, через которое мотоциклист догонит велосипедиста. Ответ дайте в часах.

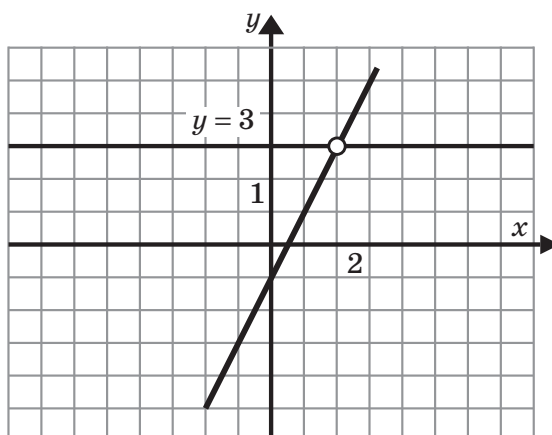
Решение. Так как велосипедист до момента, когда его нагонит мотоциклист, будет находиться в пути на 1 ч больше, то, обозначив t — время до встречи, получим: $15(t+1) = 30 \cdot t \Leftrightarrow t = 1$ ч.

Ответ: 1 .

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 22** Постройте график функции $y = \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 2}$.

Определите, при каких значениях параметра c прямая, заданная уравнением $y = c$, не имеет с графиком функции ни одной общей точки.



Решение. Преобразуем уравнение, задающее функцию. Раскладывая квадратный трёхчлен, стоящий в числителе дроби, получим: $2x^2 - 5x + 2 = (x - 2)(2x - 1)$.

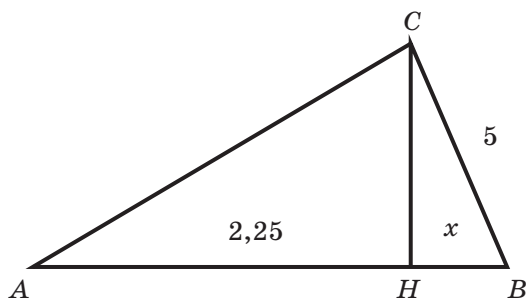
Следовательно: $y = \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 2} \Leftrightarrow y = \frac{(x - 2)(2x - 1)}{(x - 2)} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 1; \\ x \neq 2. \end{cases}$

Таким образом, график функции — прямая, из которой выколота точка (2; 3). Так как прямая, заданная уравнением $y = c$, не параллельна прямой $y = 2x - 1$, то они будут иметь общую точку при любом значении параметра, кроме $c = 3$.

Ответ: $c = 3$.

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно. Верно найдены искомые значения параметров
1	График построен верно, но искомые значения параметров найдены неверно или не найдены вовсе
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 23** Катет прямоугольного треугольника равен 5, а проекция второго катета на гипотенузу равна 2,25. Найдите гипотенузу треугольника.



Решение. Так как катет прямоугольного треугольника есть среднее пропорциональное между гипотенузой и проекцией этого катета на гипотенузу, то $\frac{BC}{BH} = \frac{BH}{AB}$. Обозначив проекцию первого катета, равного 5, на гипотенузу x , получим:

$$25 = x \left(x + \frac{9}{4} \right) \Leftrightarrow 4x^2 + 9x - 100 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4; \\ x = -\frac{25}{4}. \end{cases}$$

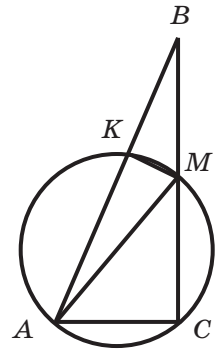
Второе решение уравнения, очевидно, не удовлетворяет условию задачи, поэтому длина гипотенузы равна $4 + 2,25 = 6,25$.

Ответ: 6,25.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены верно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 24** На медиане AM треугольника ABC как на диаметре построена окружность, проходящая через вершину C треугольника и пересекающая сторону AB в точке K . Докажите, что треугольник AMK прямоугольный.

Решение. Так как медиана AM — диаметр окружности, описанной около четырёхугольника $AKMC$, то $\angle AKM = \angle ACM = 90^\circ$ по свойству вписанных углов, опирающихся на диаметр. Следовательно, треугольник AMK прямоугольный.



Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 25** Периметр равнобедренного треугольника равен 16. Длина медианы треугольника, проведённой к боковой стороне, равна $\sqrt{17}$. Найдите стороны треугольника.

Дано.

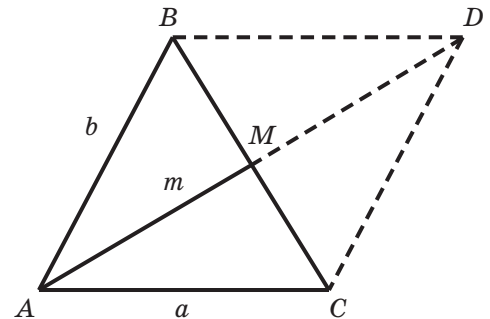
$$\triangle ABC, AB = BC, CM = MB,$$

$$AM = \sqrt{17}, AB + BC + AC = 16.$$

Найдите: AB, AC .

Решение. Пусть $AB = b, AC = a$.

Продолжим медиану AM так, что $AM = MD$. Получим параллелограмм $ABDC$ (четырёхугольник $ABDC$ — параллелограмм, т. к. его диагонали точкой пересечения делятся пополам).



Используя свойство диагоналей параллелограмма и то, что периметр треугольника

равен 16, получим систему уравнений:
$$\begin{cases} 2b + a = 16; \\ b^2 + (2\sqrt{17})^2 = 2a^2 + 2b^2. \end{cases}$$

Решим систему:

$$\begin{cases} 2b + a = 16 \\ b^2 + (2\sqrt{17})^2 = 2a^2 + 2b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b - 16 \\ b^2 + 2(2b - 16)^2 = 68 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b - 16 \\ b^2 + 2(2b - 16)^2 = 68 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b - 16; \\ 9b^2 - 128b + 444 = 0. \end{cases}$$

Найдём корни получившегося квадратного уравнения: $\frac{D}{4} = 64^2 - 9 \cdot 444 = 100$,

$$\frac{D}{4} = 64^2 - 9 \cdot 444 = 100, \begin{cases} b = \frac{64-10}{9} \\ b = \frac{64+10}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 6; \\ b = \frac{74}{9}. \end{cases}$$

Найдём длину основания:
$$\begin{cases} a = 16 - 12 \\ a = 16 - \frac{148}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4; \\ a = -\frac{4}{9}. \end{cases}$$

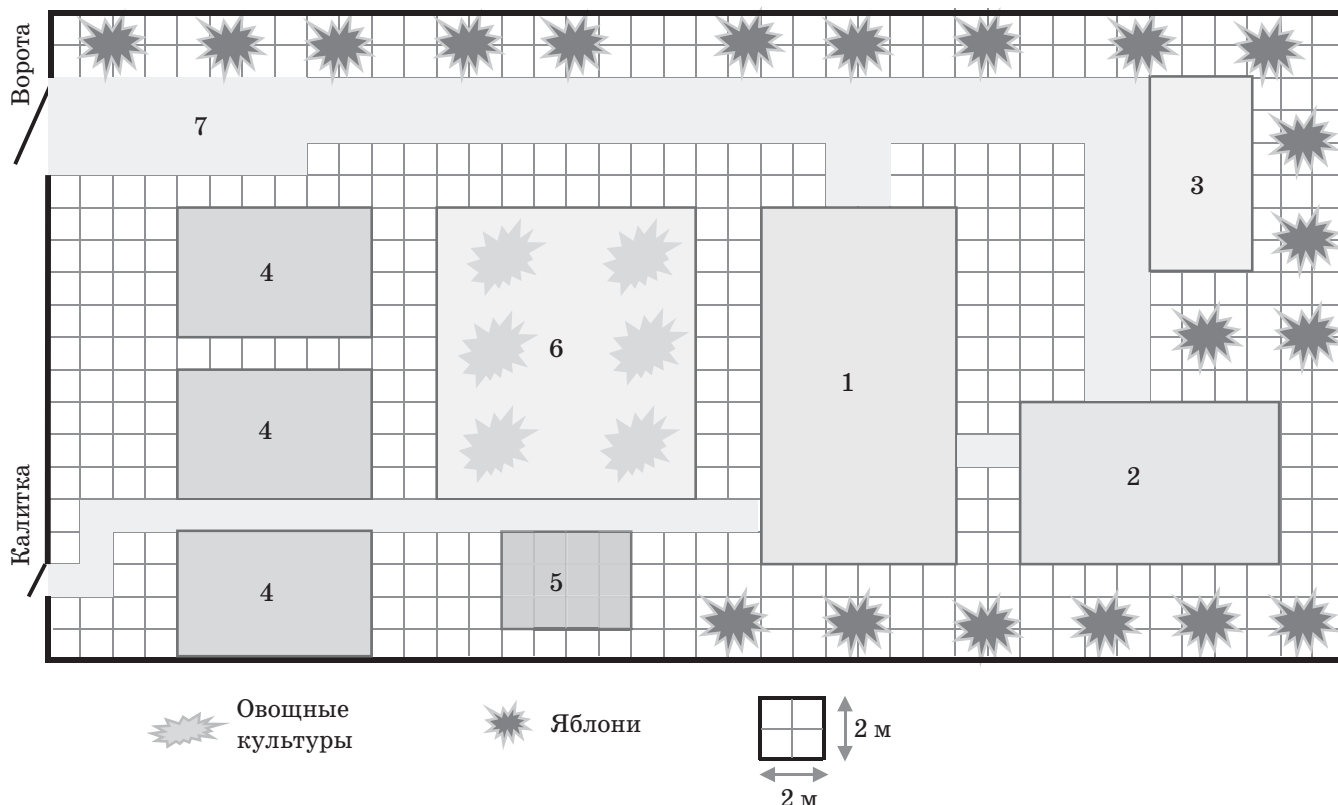
Так как длина отрезка — число положительное, то $a = 4$.

Ответ: 4; 6; 6.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ ВАРИАНТА 6

Часть 1



На рисунке изображён план дачного участка, расположенного в одном из садоводческих товариществ Московской области. Дорога, покрытая плиткой, ведёт от ворот мимо главного двухэтажного дома к хозблоку и далее к гаражу. От дома отходят дорожки к гаражу, бане и въездной дороге. Участок обнесён забором, в котором сделаны ворота и задняя калитка. На участке находятся три одинаковые теплицы, а также отведено большое место для овощных культур, выращиваемых на свежем воздухе. Вдоль забора участка высажены фруктовые деревья и кустарники.

- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане.

Объекты	Жилой дом	Баня	Хозблок	Гараж
Цифры				

Решение. Исходя из описания, данного в условии, получаем, что жилой дом — 1, баня — 5, хозблок — 3, гараж — 2.

Ответ: 1532.

- 2 Найдите площадь дачного участка. Ответ дайте в квадратных метрах.

Решение. Участок имеет вид прямоугольника. Используя масштаб, получим, что ширина участка — 20 метров, длина — 40 метров. Следовательно, площадь равна 800 м^2 .

Ответ: 800.

- 3 Найдите площадь, которую занимают на участке теплицы. Ответ дайте в квадратных метрах.

Решение. Теплицы на схеме обозначены цифрой 4. Их количество — 3, площадь каждой равна 24 м^2 . Их общая площадь равна 72 м^2 .

Ответ: 72.

- 4 Найдите длину дорожки, ведущей от ворот участка до хозблока. Ответ дайте в метрах.

Решение. Используя масштаб, получим, что длина дорожки 34 м.

Ответ: 34.

- 5 Владелец дачного участка хочет установить в доме тёплые плёночные полы. Плёнка продаётся рулонами длиной 12 метров и шириной 0,5 метра. Стоимость рулона составляет 1823 рубля. Кроме того, требуется теплоизоляция, которая продаётся квадратными листами площадью 1 м^2 , стоимостью 177 рублей за метр. Кроме того, потребуется 2 упаковки специального соединительного скотча, стоимость упаковки которого равна 122 рублям. Владелец хочет сделать полы на обоих этажах дома. Найдите стоимость необходимых материалов. Ответ дайте в рублях.

Решение. Площадь полов в доме составит $2 \cdot 6 \cdot 11 = 132 \text{ м}^2$. Площадь, которую можно покрыть, используя 1 рулон плёнки, составляет $12 \cdot 0,5 = 6 \text{ м}^2$. Следовательно, потребуется 22 рулона плёнки. Общая стоимость материалов будет равна $22 \cdot 1823 + 132 \cdot 177 + 2 \cdot 122 = 63\,714$ рублей.

Ответ: 63 714.

- 6 Найдите значение выражения $\frac{7}{15} : \frac{2}{3}$.

Решение. $\frac{7}{15} : \frac{2}{3} = \frac{7}{15} \cdot \frac{3}{2} = \frac{7}{10} = 0,7$.

Ответ: 0,7.

- 7 На координатной прямой отмечена точка A.



Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка A?

- 1) 3,75 2) $\sqrt{17}$ 3) $\sqrt{13}$ 4) 6,75

Решение. Используя масштаб, заданный на числовой прямой, получим, что $4 < A < 6$. Так как $3,75 < 4$, $\sqrt{13} < 4$, $6,75 > 6$, то $A = \sqrt{17}$. Следовательно, верный ответ — 2.

Ответ: 2.

- 8 Найдите значение выражения $(b-89)^2 + 356b - 1$, если $b = 11$.

Решение. Применяя формулу квадрата разности двух чисел, получим, что $(b-89)^2 + 356b - 1 = b^2 - 176b + 89^2 + 356b - 1 = b^2 + 176b + 89^2 - 1$.

Далее применим формулу квадрата суммы: $b^2 + 176b + 89^2 - 1 = (b+89)^2 - 1$.

Подставляя заданное значение, получим: $(11+89)^2 - 1 = 100^2 - 1 = 10\,000 - 1 = 9999$.

Ответ: 9999.

9 Решите уравнение $-x^2 + x + 20 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из корней.

Решение. Преобразуем условие уравнения: $-x^2 + x + 20 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 20 = 0$. Находим дискриминант: $D = 1 + 4 \cdot 20 = 81$.

Применим алгоритм нахождения корней квадратного уравнения:
$$\begin{cases} x = \frac{1+9}{2} \\ x = \frac{1-9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5; \\ x = -4. \end{cases}$$

Выбирая меньший корень уравнения, получим: $x = -4$.

Ответ: -4 .

10 В среднем из 1000 новых тарелок 7 имеют малозаметную трещину. Найдите вероятность того, что случайно выбранная новая тарелка не имеет трещин.

Решение. По условию среди 1000 новых тарелок 7 имеют малозаметную трещину, следовательно, 993 тарелки трещин не имеют. Поэтому искомая вероятность будет равна $P = \frac{993}{1000} = 0,993$.

Ответ: 0,993.

11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

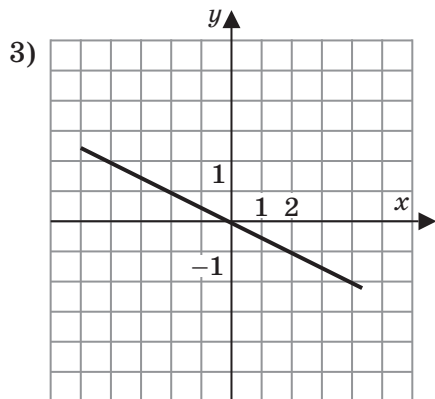
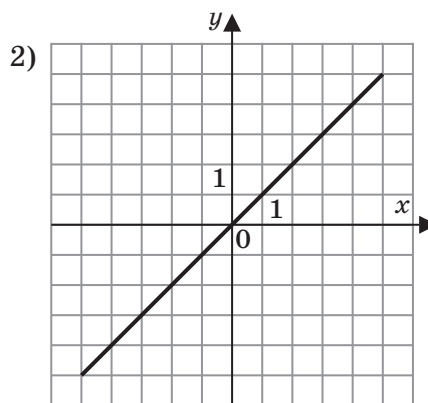
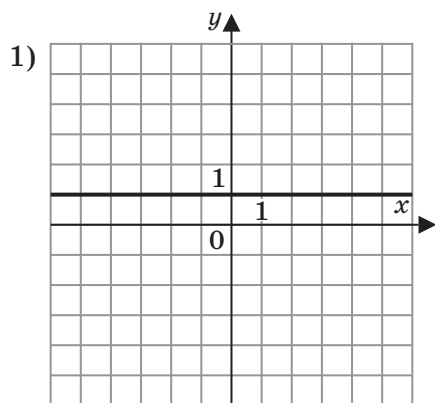
ФУНКЦИИ

A) $y = x$

B) $y = -\frac{1}{2}x$

B) $y = 1$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Решение. На рисунках приведены графики линейной функции $y = kx + p$, расположение которых на координатной плоскости определяется угловым коэффициентом k и свободным членом уравнения $p = y(0)$.

А) $y = x$. Угловой коэффициент $k = 1$, $p = 0$. Этот набор параметров соответствует графику 2).

Б) $y = -\frac{1}{2}x$. Угловой коэффициент $k = -\frac{1}{2}$, $p = 0$. Этот набор параметров соответствует графику 3).

В) $y = 1$. Угловой коэффициент $k = 0$, $p = 1$. Этот набор параметров соответствует графику 1).

Ответ:

А	Б	В
2	3	1

- 12** При параллельном соединении резисторов с сопротивлением R_1 , R_2 , R_3 общее сопротивление соответствующего участка цепи вычисляется по формуле $R_0 = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$.

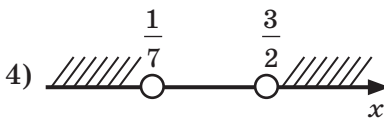
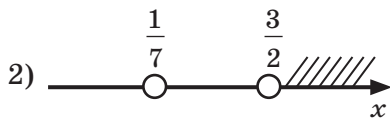
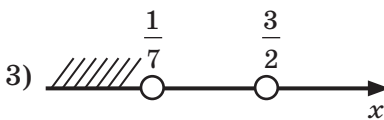
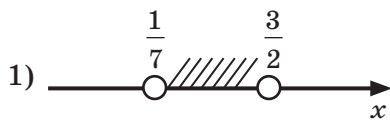
Известно, что $R_0 = 1$, $R_1 = 6$, $R_2 = 3$ Ом. Найдите R_3 . Ответ дайте в омах.

Решение. Запишем соотношение следующим образом: $R_0 = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \Leftrightarrow \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_0} \Leftrightarrow \frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}$.

Подставив данные, получим: $\frac{1}{R_3} = \frac{1}{1} - \frac{1}{6} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow R_3 = 2$.

Ответ: 2.

- 13** Укажите решение системы неравенств $\begin{cases} 7x - 1 > 0; \\ 2x - 3 < 0. \end{cases}$



Решение. Решая систему, получаем: $\begin{cases} 7x - 1 > 0 \\ 2x - 3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{7} \\ x < \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{7} < x < \frac{3}{2}$.

Следовательно, решение — на рисунке 1.

Ответ: 1.

- 14** Группа спортсменов приняла участие в легкоатлетической эстафете, проводимой по правилу: первый спортсмен пробегает дистанцию, равную 100 метрам, второй пробегает на 100 метров больше первого, третий — на 100 метров больше второго и т. д. Всего участники пробежали 5500 метров. Сколько спортсменов участвовало в эстафете?

Решение. Пусть в эстафете участвовало n спортсменов.

$$\text{Тогда } 5500 = \frac{200 + 100(n-1)}{2} \cdot n \Leftrightarrow 5500 = 100n + 50n(n-1) \Leftrightarrow n^2 + n - 110 = 0.$$

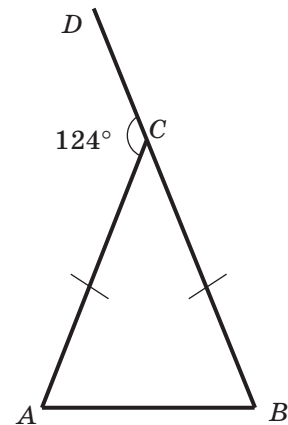
Решая квадратное уравнение, получим, что положительный корень равен 10.

Ответ: 10.

- 15** В равнобедренном треугольнике ABC , $AC = BC$, внешний угол ACD при вершине C равен 124° . Найдите величину угла CBA треугольника.

Решение. Внешний угол треугольника равен сумме двух углов треугольника, не смежных с ним. А так как треугольник ABC равнобедренный, то $\angle CBA = \frac{1}{2} \angle ACD = 62^\circ$.

Ответ: 62.

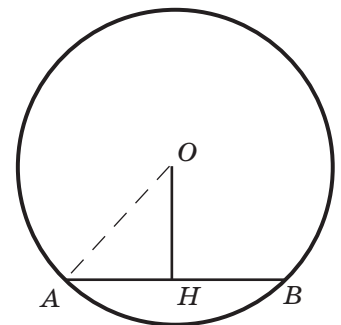


- 16** Расстояние от центра окружности O до середины H хорды AB равно $\sqrt{41}$. Найдите радиус окружности, если длина хорды $AB = 40$.

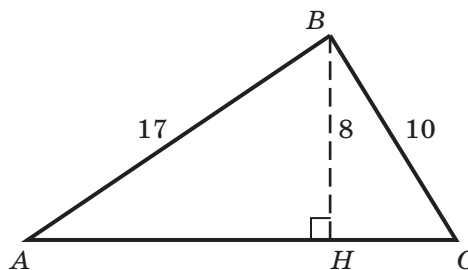
Решение. Перпендикуляр, проведённый из центра окружности и проходящий через середину хорды, делит хорду окружности пополам.

$$\text{Поэтому } AO = \sqrt{AH^2 + OH^2} = \sqrt{400 + 41} = \sqrt{441} = 21.$$

Ответ: 21.



- 17** Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке.



Решение. По теореме Пифагора получим, что

$$AH = \sqrt{289 - 64} = 15, \quad CH = \sqrt{100 - 64} = 6, \quad AC = 15 + 6 = 21. \quad \text{Тогда } S = \frac{1}{2} \cdot 21 \cdot 8 = 84.$$

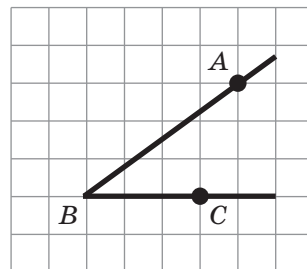
Ответ: 84.

- 18 Найдите тангенс острого угла, изображённого на рисунке.

Решение. Тангенс острого угла прямоугольного треугольника равен отношению противолежащего катета к прилежащему:

$$\operatorname{tg} = \frac{AC}{BC} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

Ответ: 0,5.



- 19 Известно, что сумма возрастов мамы и её дочери 42 года, бабушки и внучки — 73 года, а бабушки и мамы — 95 лет. Выберите верные утверждения.

- 1) маме 32 года
- 2) бабушке 63 года
- 3) внучке 10 лет
- 4) дочке 12 лет

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Решение. Мамина дочка — внучка для бабушки. Поэтому складывая попарные суммы их возрастов, получим, что удвоенная сумма возрастов будет равна 210 лет, откуда сумма возрастов внучки (дочки), мамы и бабушки составит 105 лет. Следовательно, возраст внучки $105 - 95 = 10$ лет, возраст мамы $105 - 73 = 32$ года, возраст бабушки $105 - 42 = 63$ года.

Получим, что ответы 1, 2, 3 — верные, 4 — неверный.

Ответ: 123.

Часть 2

- 20 Решите уравнение $(x^2 + x)^2 - (x^2 + x) - 2 = 0$.

Решение. Вводя промежуточную переменную $t = x^2 + x$, получаем вспомогательное уравнение $t^2 - t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1; \\ t = 2. \end{cases}$

Следовательно,

$$(x^2 + x)^2 - (x^2 + x) - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x = -1 \\ x^2 + x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x + 1 = 0 \\ x^2 + x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2; \\ x = 1. \end{cases}$$

Ответ: -2; 1.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 21 Расстояние от пункта А до пункта В первый автомобиль проезжает в 1,2 раза быстрее второго автомобиля. Найдите скорость второго автомобиля, если она на 9 км/ч меньше скорости первого.

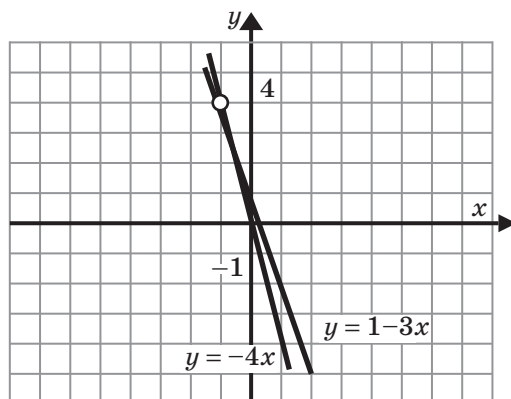
Решение. Если скорость второго автомобиля равна v км/ч, то скорость первого автомобиля равна $(v + 9)$ км/ч. И тогда $\frac{v+9}{v} = \frac{6}{5} \Leftrightarrow 5v + 45 = 6v \Leftrightarrow v = 45$ км/ч.

Ответ: 45.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

22 Постройте график функции $y = \frac{1-2x-3x^2}{x+1}$.

Определите, при каких значениях параметра c прямая, заданная уравнением $y = cx$, не имеет с графиком функции ни одной общей точки.



Решение. Преобразуем уравнение, задающее функцию. Раскладывая квадратный трёхчлен, стоящий в числителе дроби, получим: $1 - 2x - 3x^2 = -(3x^2 + 2x - 1) = -(3x - 1)(x + 1) = (1 - 3x)(x + 1)$.

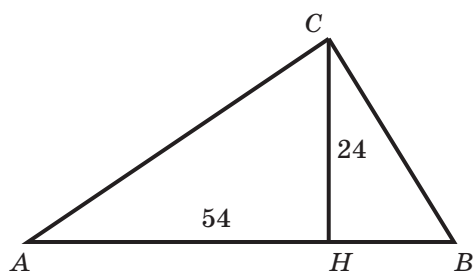
Следовательно, $y = \frac{1-2x-3x^2}{x+1} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3x + 1; \\ x \neq -1. \end{cases}$ Таким образом, график функции — прямая, из которой выколота точка $(-1; 4)$.

Прямая $y = cx$ не будет иметь с графиком функции $y = -3x + 1$, $x \neq -1$, ни одной общей точки, если она будет параллельна графику функции или будет проходить через точку $(-1; 4)$. В первом случае $c = -3$, а во втором случае $c = -4$.

Ответ: $c = -3$, $c = -4$.

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно. Верно найдены искомые значения параметров
1	График построен верно, но искомые значения параметров найдены неверно или не найдены вовсе
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 23** Высота, проведённая к гипотенузе прямоугольного треугольника, делит её на отрезки, равные 24 и 54. Найдите высоту треугольника.



Решение. Высота прямоугольного треугольника, проведённая к его гипотенузе, является средним пропорциональным между проекциями катетов на гипотенузу, т. е. $CH^2 = AH \cdot BH = 54 \cdot 24 = 1296$. Тогда $CH = 36$.

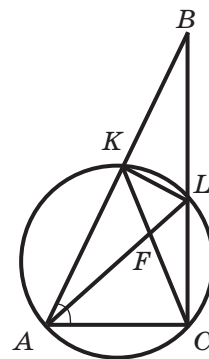
Ответ: 36.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены верно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 24** На биссектрисе AL треугольника ABC как на диаметре построена окружность, проходящая через вершину C треугольника и пересекающая сторону AB в точке K .

Докажите, что $AL \perp CK$.

Решение. Окружность с диаметром AL описана около четырёхугольника $AKLC$, из чего получим: $\angle AKL = \angle ACL = 90^\circ$ по свойству вписанных углов, опирающихся на диаметр окружности. Следовательно, треугольник ABC — прямоугольный, а так как AL — биссектриса треугольника ABC , то $\triangle AKL = \triangle ACL$, откуда $\triangle AKC$ — равнобедренный и биссектриса $AF \perp KC$. Таким образом, $AL \perp CK$.



Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 25** В треугольнике ABC проведены медиана BD и биссектриса AE , пересекающиеся в точке K . Через точку K проведена прямая, проходящая через вершину C , пересекающая сторону AB в точке F . Найдите длину отрезка AF , если $AB = 12$, $AC = 24$.

Решение.

Так как BD — медиана, то $AD = 12$. Так как AE — биссектриса треугольника ABC , то AE — биссектриса и треугольника ABD . По свойству биссектрисы получим, что

$$\frac{AK}{KD} = \frac{AB}{AD} = \frac{12}{12} = 1.$$

По теореме Менелая получим, что $\frac{AF}{FB} \cdot \frac{BK}{KD} \cdot \frac{DC}{CA} = 1 \Leftrightarrow \frac{AF}{FB} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{2} = 1 \Leftrightarrow \frac{AF}{FB} = \frac{2}{1}$.

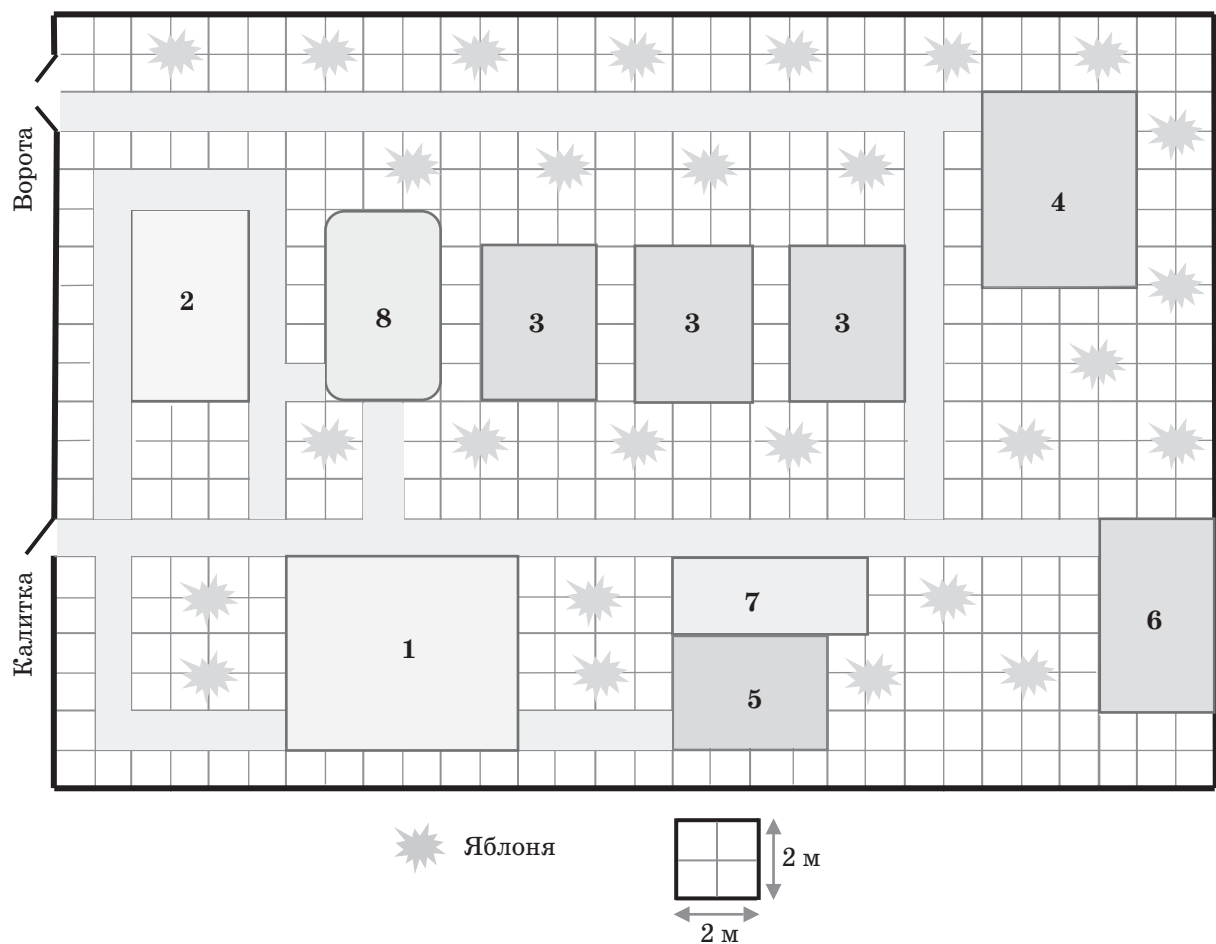
Следовательно, $\frac{AF}{FB} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{AF}{AF+FB} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AF}{AB} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow AF = 8$.

Ответ: 8.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ ВАРИАНТА 7

Часть 1



На рисунке изображён план дачного участка, расположенного в одном из садоводческих товариществ Московской области. На участке разбит яблоневый сад. От калитки к хозяйскому дому ведёт дорожка, проходящая мимо главного двухэтажного дома, далее — мимо зоны барбекю, за которой расположена беседка.

От ворот для въезда на участок также проходит дорожка, последовательно ведущая мимо бани, бассейна, трёх теплиц к тенту для автомобиля.

1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане.

Объекты	Жилой дом	Баня	Теплицы	Тент для автомобиля
Цифры				

Ответ: 1234.

2 Определите количество яблонь на участке.

Ответ: 27.

- 3 Используя масштаб, заданный на рисунке, укажите площадь дачного участка. Ответ дайте в гектарах (1 га = 100 м · 100 м).

Решение. Участок имеет форму прямоугольника. Определяя, что длина участка 30 метров, а ширина — 20 метров, находим, что его площадь равна 600 м^2 , что составляет $\frac{600}{10\,000} = 0,06$ га.

Ответ: 0,06.

- 4 Укажите расстояние, которое нужно пройти по дорожке от калитки до хозблока. Ответ дайте в метрах.

Ответ: 27.

- 5 Владелец хочет обнести участок забором из специального профнастила, причём внешнюю сторону забора, кроме калитки и ворот, выполнить из профнастила сорта премиум, а другие стороны — из профнастила сорта стандарт. Калитку и ворота хозяин участка хочет сделать деревянными. При этом фирма, устанавливающая забор, предоставляет скидку на стоимость профнастила. Используя данные, приведённые в таблице, рассчитайте стоимость забора. Ответ дайте в рублях.

Вид материала	Стоимость погонного метра забора, руб.	Скидка, % от общей цены материала
Профнастил премиум	1360	5
Профнастил стандарт	1162	10
Дерево премиум	1642	нет

Решение. Цена забора S будет равна $S = C_1 \cdot l_1 \cdot \left(1 - \frac{p_1}{100}\right) + C_2 \cdot l_2 \cdot \left(1 - \frac{p_2}{100}\right) + C_3 \cdot l_3$, где C_1 , C_2 , C_3 — стоимости погонного метра соответственно профнастила сорта премиум, профнастила сорта стандарт, дерева, l_1 , l_2 , l_3 — длина соответствующей части забора, p_1 , p_2 — предоставляемые скидки. По плану участка получаем, что $l_1 = 17$, $l_2 = 80$, $l_3 = 3$. Подставляя данные, получим, что $S = 1360 \cdot 17 \cdot 0,95 + 80 \cdot 1162 \cdot 0,9 + 1642 \cdot 3 = 110\,554$.

Ответ: 110 554.

- 6 Найдите значение выражения $4,7 - \frac{1}{5}$.

Решение. $4,7 - \frac{1}{5} = 4,7 - 0,2 = 4,5$.

Ответ: 4,5.

- 7 На координатной прямой отмечена точка A .



Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка A ?

- 1) $\sqrt{13}$ 2) 2,9 3) $2\sqrt{2}$ 4) 4,75

Решение. Используя масштаб, заданный на координатной прямой, получим, что $3 < A < 4$. Так как $2,9 < 3$, $2\sqrt{2} < 3$, $4,75 > 4$, то $A = \sqrt{13}$. Номер верного утверждения — 1.

Ответ: 1.

- 8 Найдите значение выражения $\frac{(a-23)^2 + 92a}{a+23} + 2$ при $a = 2$.

Решение. Преобразуем выражение:

$\frac{(a-23)^2 + 92a}{a+23} + 2 = \frac{a^2 - 46a + 529 + 92a}{a+23} + 2 = \frac{(a+23)^2}{a+23} + 2 = a + 25$. При $a = 2$ значение выражения равно 27.

Ответ: 27.

- 9 Решите уравнение $2x^2 - 7x + 3 = 0$.

Если корней несколько, то в ответе укажите тот, который равен целому числу.

Решение. Находим дискриминант $D = 49 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25$. Применим алгоритм нахождения

корней квадратного уравнения: $\begin{cases} x = \frac{7+5}{4} \\ x = \frac{7-5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3; \\ x = 0,5. \end{cases}$

Выбирая целый корень уравнения, получим: $x = 3$.

Ответ: 3.

- 10 В эксперименте игральный кубик бросают один раз. Найдите вероятность того, что выпадет число, меньшее чем 4.

Решение. На шести гранях кубика отмечены числа, равные 1, 2 ..., 6, из которых числа 1, 2, 3 — меньше 4. Следовательно, вероятность события «при однократном бросании кубика выпадет число, меньшее 4» будет равна $\frac{3}{6} = 0,5$.

Ответ: 0,5.

- 11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

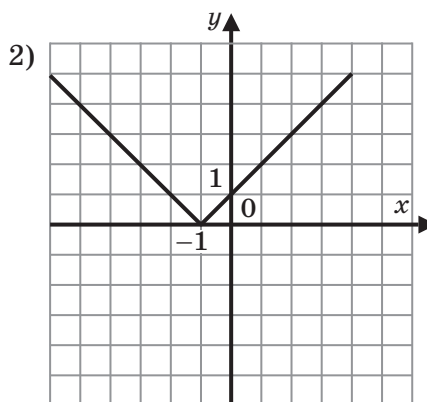
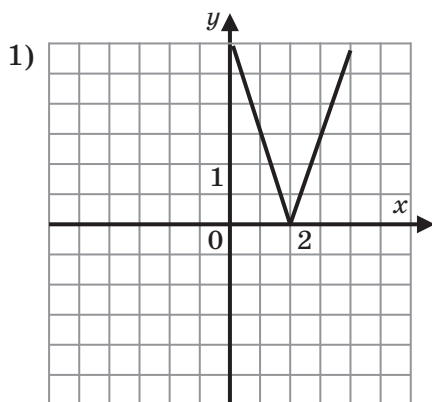
ФУНКЦИИ

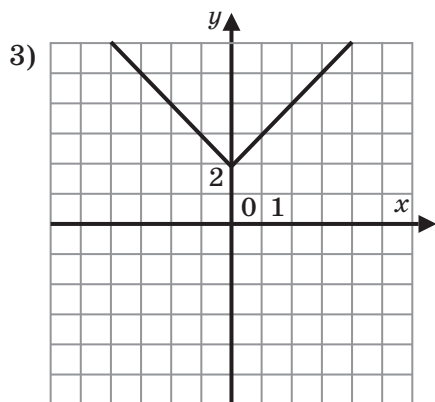
А) $y = |x+1|$

Б) $y = 3|x-2|$

В) $y = |x| + 2$

ГРАФИКИ





В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Решение. На рисунках приведены графики функции $y = k|x - a| + b$, называемые иногда «двухзвенными ломаными», расположение которых на координатной плоскости определяется параметром k и координатами вершины (вершин) ломаной $x_0 = a$, $y_0 = b$.

А) $y = |x + 1|$. Вершина ломаной $x_0 = -1$, $y_0 = 0$. Этому уравнению соответствует график 2).

Б) $y = 3|x - 2|$. Вершина ломаной $x_0 = 2$, $y_0 = 0$. Этому уравнению соответствует график 1).

В) $y = |x| + 2$. Вершина ломаной $x_0 = 0$, $y_0 = 2$. Этому уравнению соответствует график 3).

Ответ:

А	Б	В
2	1	3

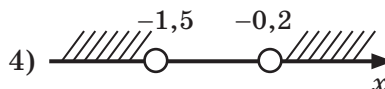
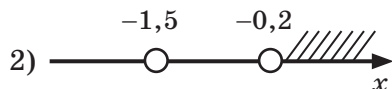
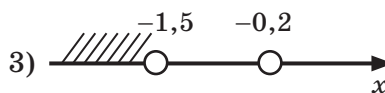
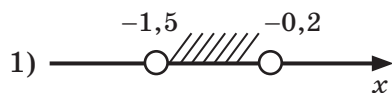
- 12** Два баллона, объёмы которых V_1 и V_2 , содержат газы при одинаковой температуре T и давлении P_1 и P_2 . Если баллоны соединить трубкой с краном, то после открытия крана давление, установившееся в полученной системе, будет равно $P = \frac{P_1 \cdot V_1 + P_2 \cdot V_2}{V_1 + V_2}$.

Найдите установившееся давление, если известно, что $P_1 = 2$ кПа, $V_1 = 8$ м³, $P_2 = 4$ кПа, $V_2 = 12$ м³. Ответ дайте в кПа.

Решение. Подставляя в формулу данные, получим, что $P = \frac{2 \cdot 8 + 4 \cdot 12}{8 + 12} = \frac{64}{20} = 3,2$.

Ответ: 3,2.

- 13** Укажите решение системы неравенств $\begin{cases} 5x + 1 > 0; \\ 2x + 3 > 0. \end{cases}$



Решение. Найдём решение системы неравенств: $\begin{cases} 5x + 1 > 0 \\ 2x + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -0,2 \\ x > -1,5 \end{cases} \Leftrightarrow x > -0,2$. Решение изображено на рисунке 2.

Ответ: 2.

- 14** Катя подсчитала, что если в первый день она прочтёт 5 страниц, а далее каждый день будет читать на 2 страницы больше, чем в предыдущий день, то она прочтёт книгу ровно за две недели. Сколько страниц в книге?

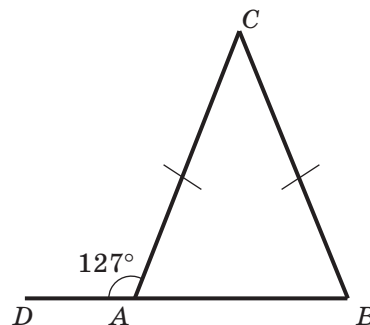
Решение. Количество страниц, прочитанных Катей за один день, образует арифметическую прогрессию с первым членом, равным 5, и разностью, равной 2. Используя формулу суммы, получим: $S = \frac{2 \cdot 5 + 2 \cdot 13}{2} \cdot 14 = 252$.

Ответ: 252.

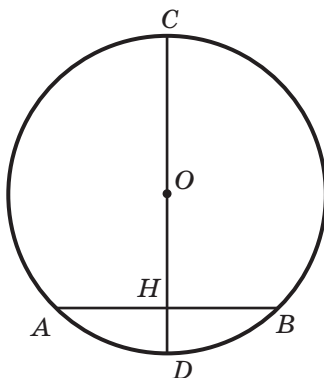
- 15** Внешний угол CAD при вершине A равнобедренного треугольника ABC , где $CA = CB$, равен 127° . Найдите величину угла ACB треугольника. Ответ дайте в градусах.

Решение. Угол CAB , смежный с углом CAD , равен 53° . Так как треугольник равнобедренный, то $\angle CBA = \angle CAB = 53^\circ$. Следовательно, $\angle ACB = 180^\circ - 106^\circ = 74^\circ$, что следует из теоремы о сумме углов треугольника.

Ответ: 74.



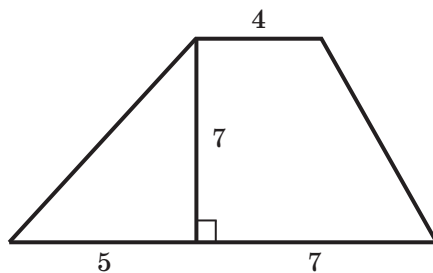
- 16** Хорда AB , перпендикулярная диаметру CD окружности с центром в точке O , делит диаметр на отрезки $CH = 16$, $HD = 4$. Найдите длину хорды AB .



Решение. По теореме о хорде, перпендикулярной диаметру окружности, получим, что $AH^2 = CH \cdot HD = 16 \cdot 4 = 64$, $AH = 8$. Следовательно, $AB = 2AH = 16$.

Ответ: 16.

- 17** Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



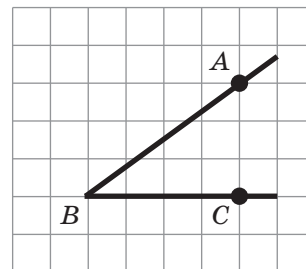
Решение. Используя формулу площади трапеции, получим: $S = \frac{12+4}{2} \cdot 7 = 56$.

Ответ: 56.

- 18 Найдите косинус острого угла, изображённого на рисунке.

Решение. Косинус острого угла прямоугольного треугольника равен отношению катета, прилежащего к нему, к гипотенузе. По теореме Пифагора найдём, что $AB = 5$, получим, что $\cos B = \frac{BC}{BA} = \frac{4}{5} = 0,8$.

Ответ: 0,8.



- 19 Дан правильный шестиугольник $ABCDEF$. Укажите верные утверждения.

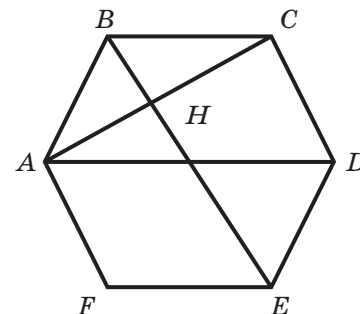
- 1) $AD = 2AB$
- 2) $AC = 2AB$
- 3) $BE \perp AC$
- 4) $BE \perp AD$

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Решение. Пусть сторона правильного шестиугольника равна a .

- 1) В правильном шестиугольнике большая диагональ вдвое больше его стороны. Поэтому утверждение верно.
- 2) Меньшая диагональ правильного шестиугольника равна $a\sqrt{3} < 2a$. Утверждение неверно.
- 3) В правильном шестиугольнике большая диагональ BE перпендикулярна диагоналям AC и FD . Утверждение верно.
- 4) Утверждение неверно, т. к. из точки A можно провести единственный перпендикуляр к прямой BE .

Ответ: 13.



Часть 2

- 20 Решите уравнение $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$.

Решение. Так как $x^4 = (x^2)^2$, то

$$x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow (x^2)^2 - 3x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \\ x^2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2; \\ x = 2. \end{cases}$$

Ответ: -2; 2.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 21 Двое рабочих выполнили норму за 11 дней, причём последние три дня работал только первый рабочий. Известно, что за первые 7 дней они вместе выполнили 80% нормы. За сколько дней первый рабочий может выполнить всю норму, работая самостоятельно?

Решение.

Пусть первый рабочий может выполнить всю норму за x дней, а второй — за y дней. Производительность первого, таким образом, будет равна $\frac{1}{x}$ части нормы в день, а второго — $\frac{1}{y}$ части нормы. Первое условие задачи говорит о том, что если первый рабочий будет работать 11 дней, а второй — 8 дней, то будет выполнена вся норма, т. е. получим, что $\frac{11}{x} + \frac{8}{y} = 1$. Второе условие задачи говорит о том, что за 7 дней совместной работы они выполнили 80%, или $\frac{4}{5}$ нормы, т. е. $7\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = \frac{4}{5}$.

Получим систему уравнений:
$$\begin{cases} \frac{11}{x} + \frac{8}{y} = 1; \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{35}. \end{cases}$$

Нам не надо находить время работы каждого участника, а только время работы первого. Поэтому, умножая второе уравнение на 8 и вычитая полученное произведение из первого уравнения системы, получим, что: $\frac{3}{x} = 1 - \frac{32}{35} = \frac{3}{35}$.

Следовательно, $\frac{1}{x} = \frac{1}{35} \Leftrightarrow x = 35$.

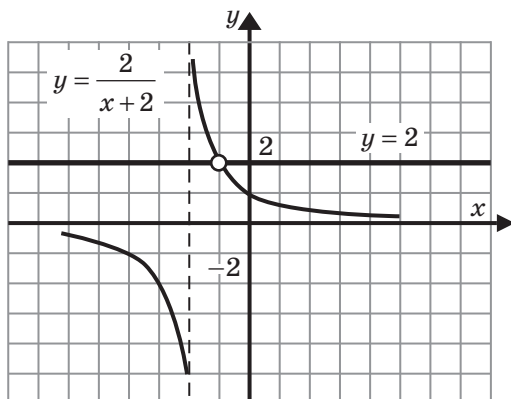
Получим, что первый рабочий может выполнить всю норму за 35 дней.

Ответ: 35.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

22 Постройте график функции $y = \frac{2x+2}{x^2+3x+2}$.

Определите, при каких значениях параметра c прямая, заданная уравнением $y = c$, не имеет с графиком функции ни одной общей точки.



Решение. Раскладывая квадратный трёхчлен, стоящий в знаменателе дроби, получим:

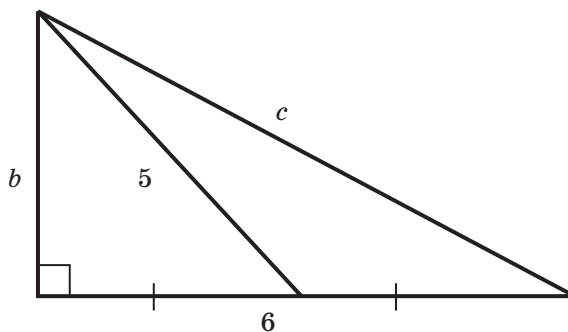
$$y = \frac{2x+2}{x^2+3x+2} \Leftrightarrow y = \frac{2(x+1)}{(x+1)(x+2)} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2}{x+2}; \\ x \neq -1. \end{cases}$$

Таким образом, график функции — гипербола, из которой выколота точка $(-1; 2)$. Прямая $y = c$ не будет иметь с графиком функции ни одной общей точки, если она будет проходить через точку $(-1; 4)$ или будет являться горизонтальной асимптотой графика. В первом случае $c = 2$, а во втором случае $c = 0$.

Ответ: $c = 2$, $c = 0$.

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно. Верно найдены искомые значения параметров
1	График построен верно, но искомые значения параметров найдены неверно или не найдены вовсе
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 23** Катет прямоугольного треугольника равен 6, а медиана треугольника, проведённая к этому катету, равна 5. Найдите гипотенузу треугольника.



Решение. По теореме Пифагора получим, что $c^2 = 36 + b^2 = 36 + 25 - 9 = 52$. Откуда $c = 2\sqrt{13}$.

Ответ: $2\sqrt{13}$.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены верно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

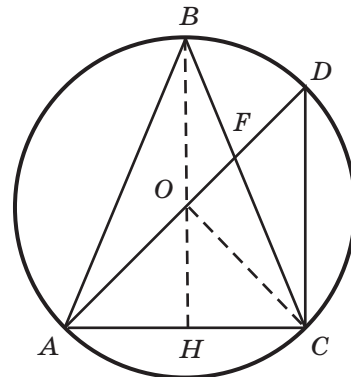
- 24** Около равнобедренного треугольника ABC , $AB = BC$, $\angle ABC = 30^\circ$, описана окружность Ω , центр которой лежит в точке O . Из вершины A проведён диаметр AD окружности Ω .

Докажите, что BC — биссектриса угла OCD .

Решение.

Так как треугольник ABC — равнобедренный, то центр окружности Ω принадлежит высоте треугольника BH . Угол ABC — вписанный, следовательно, мера дуги $\cup AC = 60^\circ$. Следовательно, $\triangle OAC$ — равносторонний.

AD — диаметр, поэтому $\angle ACD = 90^\circ$, $\angle OCD = 30^\circ$, $\angle OCB = \angle OBC = 15^\circ$, и, таким образом, $\angle BCD = 15^\circ$, из чего следует, что BC — биссектриса угла OCD .

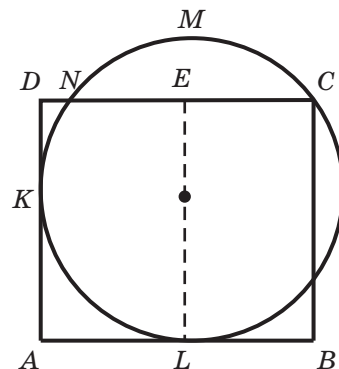


Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 25** Окружность касается сторон AB и AD прямоугольника $ABCD$, пересекает сторону CD в точке N и проходит через вершину C прямоугольника. Найдите площадь четырёхугольника $ANCB$, если $AB = 9$, $AD = 8$.

Решение. 1) По свойству касательных, проведённых из точки A к окружности, $AK = AL$. Радиус окружности, проведённый из её центра в точку L , будет перпендикулярен AB и, следовательно, CD . Тогда диаметр LM будет перпендикулярен хорде CN и, следовательно, будет делить её пополам, т. е. $CE = ED$.

2) Обозначив $DN = x$, $DK = y$, получаем, что $AK = AL = 8 - y$, $BL = \frac{9-x}{2}$. Используя свойство касательной и секущей, проведённых из точки D к окружности, и находя



длину AB через введённые переменные, получаем систему:

$$\begin{cases} y^2 = 9x \\ 9 = 8 - y + \frac{9-x}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 - 2y; \\ y^2 + 18y - 63 = 0. \end{cases}$$

Решая квадратное уравнение и отбирая положительное значение, получим, что $\begin{cases} y = 3; \\ x = 1. \end{cases}$

3) Четырёхугольник $ANCB$ — прямоугольная трапеция, площадь которой будет равна

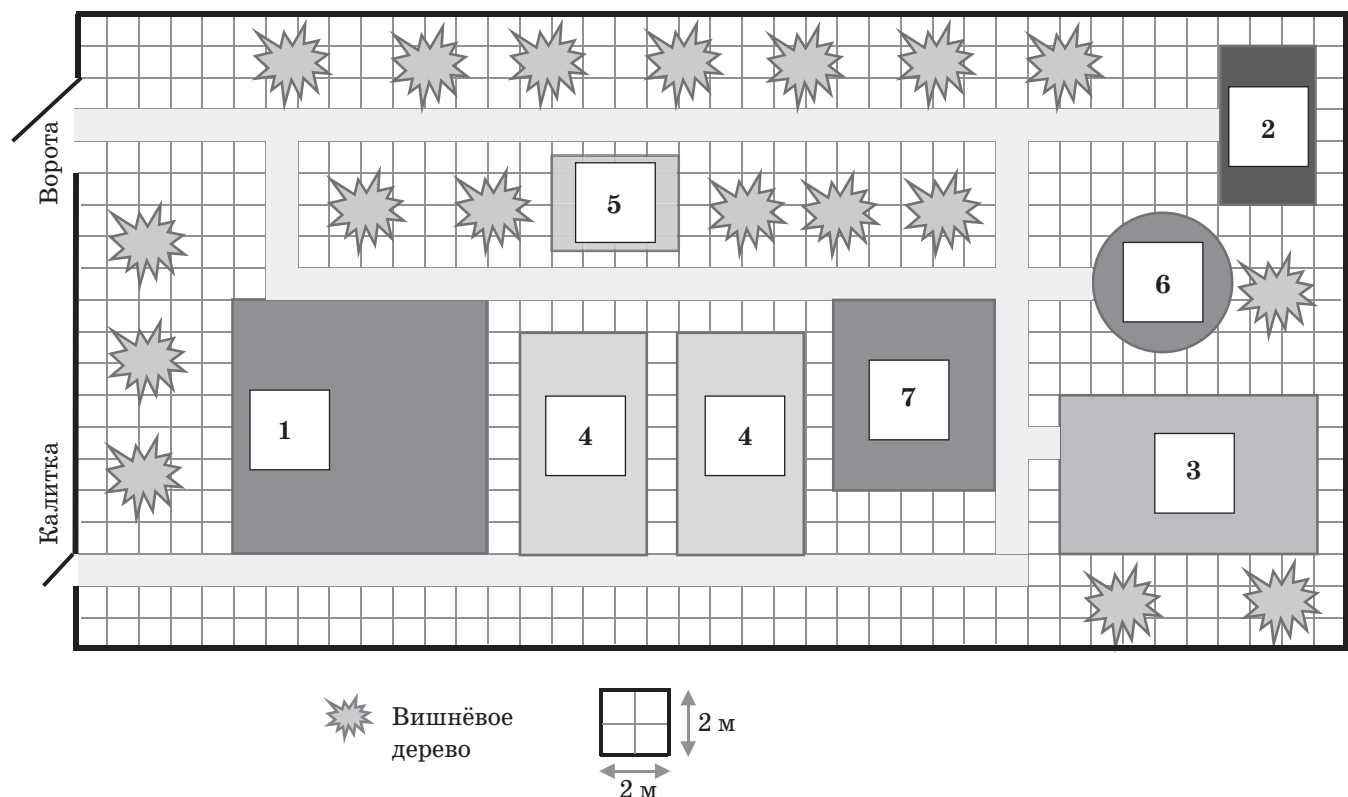
$$S = \frac{AB + CN}{2} \cdot CB = \frac{9 + 8}{2} \cdot 8 = 68.$$

Ответ: 68.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ ВАРИАНТА 8

Часть 1



На дачном участке одного из подмосковных СНТ владельцем был построен большой двухэтажный дом. Участок обнесён деревянным забором, в котором сделана входная калитка и въездные ворота. Дорога от ворот ведёт к навесу для автомобиля, проходя мимо беседки. Вдоль дороги и на участке посажены вишнёвые деревья. Дорожка от калитки проходит мимо дома, грядок овощных культур, а после поворота — мимо хозблока, бани и ведёт к бассейну.

1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане.

Объекты	Жилой дом	Баня	Хозблок	Беседка
Цифры				

Решение. Исходя из описания, получим, что жилой дом — 1, баня — 7, хозблок — 3, беседка — 5.

Ответ: 1735.

2 Найдите количество вишнёвых деревьев, высаженных на участке.

Ответ: 18.

- 3 Используя масштаб, указанный на плане участка, найдите площадь дачного участка. Ответ дайте в гектарах ($1 \text{ га} = 100 \text{ м} \cdot 100 \text{ м}$).

Решение. Находя по плану, что длина участка равна 40 метрам, а ширина — 20 метрам, получаем, что площадь участка составляет $40 \cdot 20 = 800 \text{ м}^2 = 0,08 \text{ га}$.

Ответ: 0,08.

- 4 Найдите длину дорожки, ведущей от въездных ворот до навеса для автомобиля.

Ответ: 36.

- 5 Проводя ремонт, владелец дома решил поменять полы на первом и втором этажах. Для этого он выбрал половые доски длиной 3 и 5 метров, ширина которых 120 мм. Стоимость за квадратный метр и стоимости упаковки (7 штук досок) пиломатериалов приведены в таблице.

Половая доска		
Длина, м	Ширина, мм	Цена, руб./уп.
3	120	855
5	120	1426

При ремонте необходимо закладывать 5% рассчитанной площади на исправления. Найдите стоимость пиломатериалов, необходимых для ремонта.

Решение. Одной доской длиной 3 метра и одной доской длиной 5 метров, ширина которых 120 мм $= 12 \text{ см} = 0,12 \text{ м}$, можно покрыть $0,96 \text{ м}^2$ площади пола. Учитывая запас, необходимо покрыть площадь, равную $2 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 1,05 = 134,4 \text{ м}^2$, на что потребуется $134,4 : 0,96 = 140$ пар досок по 3 и 5 метров, т. е. по 20 упаковок досок каждого вида. Следовательно, стоимость пиломатериалов составит $20(855 + 1426) = 45\,620$ рублей.

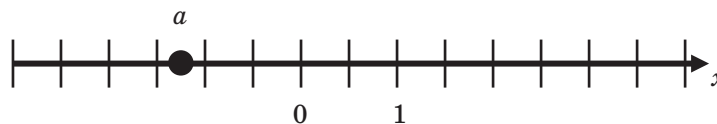
Ответ: 45 620.

- 6 Найдите значение выражения $6,9 + \frac{1}{5}$.

Решение. $6,9 + \frac{1}{5} = 6,9 + 0,2 = 7,1$.

Ответ: 7,1.

- 7 На координатной прямой отмечено число a .



Какие из приведённых ниже утверждений для данного числа являются верными?

- 1) $a < -0,5$ 2) $0,7 - a > 0$ 3) $a < -1,7$ 4) $-1 - a > 0$

Решение. Каждое деление на числовой оси равно $\frac{1}{2}$ единичного отрезка. Тогда $-1,5 < a < -1$. Поэтому утверждение 1 — верно, 2 — верно, 3 — неверно, 4 — верно.

Ответ: 124.

- 8 Найдите значение выражения $\frac{b}{a^2+ab} + \frac{1}{a+b}$ при $a = \frac{1}{2}, b = 10$.

Решение. Вынося за скобки общий множитель в знаменателе первой дроби, получим:

$$\frac{b}{a^2+ab} + \frac{1}{a+b} = \frac{b}{a(a+b)} + \frac{1^{\cancel{a}}}{a+b} = \frac{\cancel{a+b}}{a(\cancel{a+b})} = \frac{1}{a}.$$

Подставляя заданное значение, получим, что $\frac{1}{a} = 2$ при $a = \frac{1}{2}, b = 10$.

Ответ: 2.

- 9 Решите уравнение $\frac{7x+4}{5} - x = \frac{3x-5}{2}$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Решение. Приводя дроби к общему знаменателю, получим: $\frac{7x+4}{5} - x = \frac{3x-5}{2} \Leftrightarrow \frac{14x+8}{10} - \frac{10x}{10} = \frac{15x-25}{10} \Leftrightarrow 4x+8 = 15x-25 \Leftrightarrow 11x = 33 \Leftrightarrow x = 3$.

Ответ: 3.

- 10 Найдите вероятность того, что случайно выбранное трёхзначное число делится на 8. Ответ округлите до тысячных.

Решение. Общее количество трёхзначных чисел 900. Среди них 112 чисел, делящихся на 8. Поэтому искомая вероятность равна $P = \frac{112}{900} \approx 0,124$.

Ответ: 0,124.

- 11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

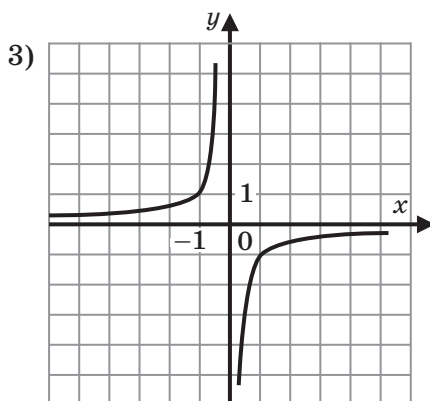
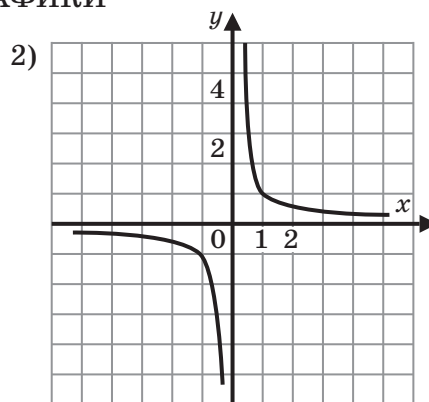
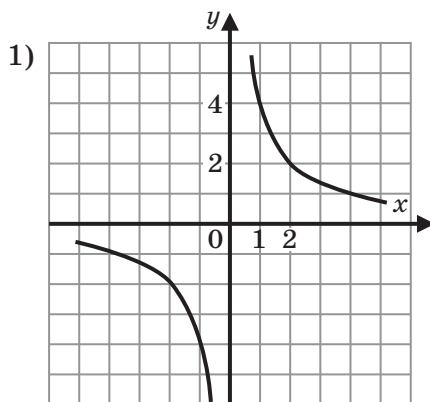
ФУНКЦИИ

A) $y = -\frac{1}{x}$

B) $y = \frac{2}{x}$

B) $y = \frac{1}{x}$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Решение. На рисунке приведены графики функции вида $y = \frac{k}{x}$. График функции называется гиперболой. Расположение гиперболы определяется её ветвями и двумя прямыми: вертикальной асимптотой $x = 0$ и горизонтальной асимптотой $y = 0$, разбивающими координатную плоскость на 4 четверти. Если $k > 0$, то ветви гиперболы располагаются в 1-й и 3-й четвертях, а если $k < 0$, то ветви гиперболы располагаются во 2-й и 4-й четвертях. И так как через любую точку, не лежащую на асимптотах, можно провести единственную гиперболу $y = \frac{k}{x}$, то определить конкретную гиперболу можно по её значению в какой-либо точке.

- 1) Ветви гиперболы расположены в 1-й и 3-й четвертях, и $y(2) = 2$. Следовательно, 1 — Б.
- 2) Ветви гиперболы расположены в 1-й и 3-й четвертях, и $y(1) = 1$. Следовательно, 2 — В.
- 3) Ветви гиперболы расположены в 2-й и 4-й четвертях, и $y(1) = -1$. Следовательно, 3 — А.

Ответ:

А	Б	В
3	1	2

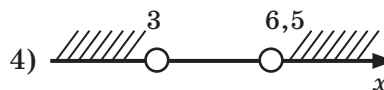
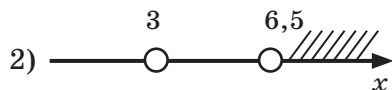
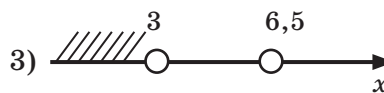
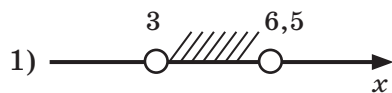
- 12** Скорость тела, брошенного вертикально вверх с начальным ускорением a м/с² и достигшего высоты H м, находится по формуле $v = \sqrt{2(a-g)H}$ м/с, где $g = 10$ м/с² — ускорение свободного падения. Известно, что на высоте $H = 25$ м скорость тела, движущегося вверх, стала равной 15 м/с. Найдите начальное ускорение тела. Ответ дайте в м/с².

Решение. Выражая искомую величину и подставляя данные, получим:

$$v = \sqrt{2(a-g)H} \Leftrightarrow v^2 = 2(a-g)H \Leftrightarrow a = \frac{v^2}{2H} + g \Leftrightarrow a = \frac{225}{50} + 10 = 14,5.$$

Ответ: 14,5.

- 13** Укажите решение системы неравенств $\begin{cases} 13-2x > 0; \\ 3x-9 < 0. \end{cases}$



Решение. Решая систему, получаем, что $\begin{cases} 13-2x > 0 \\ 3x-9 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 6,5 \\ x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow x < 3.$

Номер рисунка, отвечающего решению, — 3.

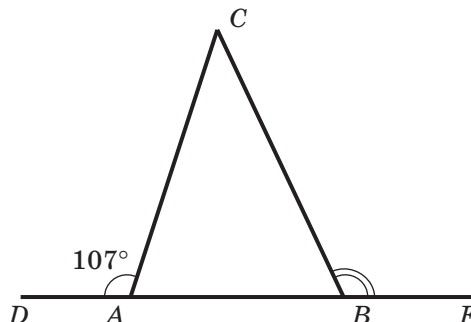
Ответ: 3.

- 14** Ася подсчитала, что если в первый день она прочтёт 5 страниц, а затем 10 дней подряд каждый день будет читать на 3 страницы больше, чем в предыдущий, то на 12-й день ей останется прочитать на 7 страниц меньше, чем в 11-й день. Сколько страниц останется прочитать Асе в 12-й день?

Решение. Так как Ася читала книгу 12 дней, то в 11-й день она должна прочитать $5 + 3 \cdot 10 = 35$ страниц. Следовательно, на 12-й день ей останется прочитать 28 страниц.

Ответ: 28.

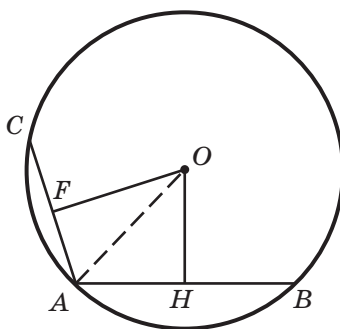
- 15** Сумма внешних углов CAD и CBF при вершинах A и B треугольника ABC равна 227° . Найдите величину $\angle ACB$ треугольника, если $\angle CAD = 107^\circ$. Ответ дайте в градусах.



Решение. Найдём величину угла CBF , $\angle CBF = 227^\circ - 107^\circ = 120^\circ$. Из определения смежных углов получим, что $\angle A = 180^\circ - 107^\circ = 73^\circ$, $\angle B = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$. Из теоремы о сумме углов треугольника получим, что $\angle ACB = 180^\circ - (73^\circ + 60^\circ) = 47^\circ$.

Ответ: 47.

- 16** Из точки A , лежащей на окружности с центром в точке O , проведены хорды $AB = 48$ и $AC = 40$. Расстояние от центра окружности до хорды AB равно 7. Найдите расстояние от точки O до хорды AC .



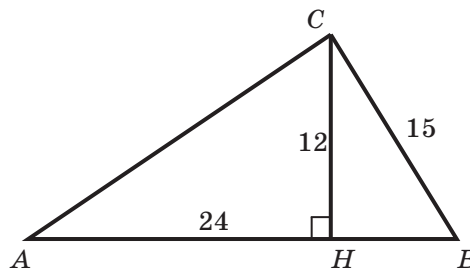
Решение. Проведём перпендикуляры OH и OF к хордам AB и AC соответственно. По свойству диаметра, перпендикулярного хорде, получим, что $AH = \frac{1}{2}AB = 24$,

$$AF = \frac{1}{2}AC = 20 \text{ и } AF^2 + FO^2 = AO^2 = AH^2 + OH^2.$$

Следовательно, $OF^2 = 24^2 + 7^2 - 20^2 = 225$, $OF = 15$.

Ответ: 15.

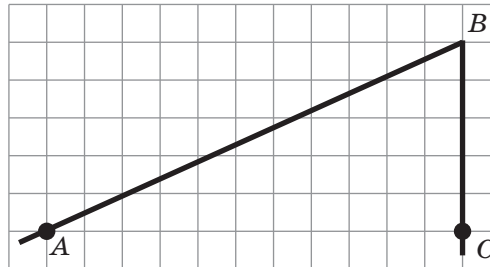
- 17 Найдите площадь прямоугольного треугольника, изображённого на рисунке.



Решение. По теореме Пифагора находим, что $BH = \sqrt{225 - 144} = 9$. Площадь треугольника будет равна $S = \frac{1}{2}(24 + 9) \cdot 12 = 198$.

Ответ: 198.

- 18 Найдите тангенс острого угла, изображённого на рисунке.



Решение. Тангенс острого угла прямоугольного треугольника равен отношению катета, противолежащего углу, к прилежащему катету: $\operatorname{tg} B = \frac{AC}{CB} = \frac{11}{5} = 2,2$.

Ответ: 2,2.

- 19 Дан правильный треугольник ABC , сторона которого равна $2\sqrt{3}$. Укажите верные утверждения.

- 1) Радиус описанной около треугольника окружности $R = \sqrt{3}$.
- 2) Радиус описанной около треугольника окружности $R = 2$.
- 3) Радиус вписанной окружности $r = 1$
- 4) Радиус вписанной окружности $r = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Решение. Радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, сторона которого равна a , равен $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, а радиус окружности, вписанной в треугольник, равен $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$. Так как $a = 2\sqrt{3}$, то $R = 2$, $r = 1$. Поэтому утверждения 2, 3 — верные.

Ответ: 23.

Часть 2

20 Решите уравнение $(x^2 + x + 6)(x^2 + x - 4) = 144$.

Решение. Сделаем промежуточную замену $x^2 + x + 6 = t$, тогда $x^2 + x - 4 = t - 10$. Получим вспомогательное уравнение $t(t - 10) = 144 \Leftrightarrow t^2 - 10t - 144 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -8; \\ t = 18. \end{cases}$

Выполним обратную замену: $\begin{cases} x^2 + x + 6 = -8 \\ x^2 + x + 6 = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x + 14 = 0; \\ x^2 + x - 12 = 0. \end{cases}$

Первое уравнение совокупности решений не имеет, т. к. его дискриминант отрицателен. Решим второе уравнение: $x^2 + x - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4; \\ x = 3. \end{cases}$

Ответ: $-4; 3$.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

21 От двух пристаней, расстояние между которыми 250 км, вышел теплоход, скорость которого 30 км/ч, а через 3 ч навстречу ему вышел катер, скорость которого 50 км/ч. Найдите, через какое время после выхода катера произойдёт встреча.

Решение. Так как теплоход вышел на 3 часа раньше катера, то теплоход до встречи был в пути $(t + 3)$ ч, а катер — t ч. Поэтому $30 \cdot (t + 3) + 50 \cdot t = 250 \Leftrightarrow 80t = 160 \Leftrightarrow t = 2$ ч.

Ответ: 2.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

22 Постройте график функции $y = \frac{(x+2)(x^2 - 5x + 6)}{(x-2)}$.

Определите, при каких значениях параметра c прямая, заданная уравнением $y = c$, имеет с графиком функции одну общую точку.

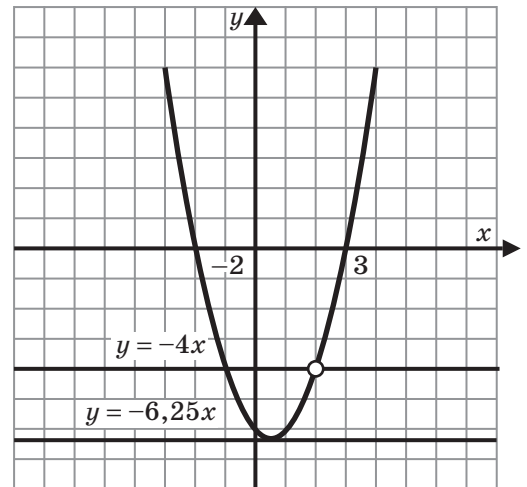
Решение. Раскладывая на множители квадратный трёхчлен, стоящий в числителе дроби, получим:

$$y = \frac{(x+2)(x^2-5x+6)}{(x-2)} \Leftrightarrow y = \frac{(x+2)(x-2)(x-3)}{(x-2)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = (x+2)(x-3); \\ x \neq 2. \end{cases}$$

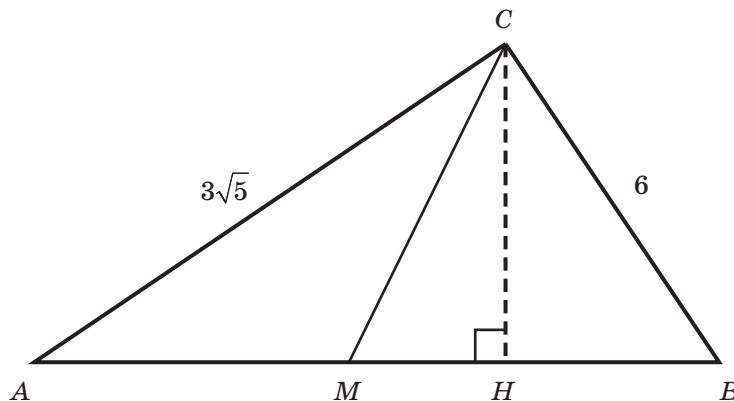
Таким образом, график функции — парабола, заданная уравнением $y = (x+2)(x-3)$, из которой выколота точка $(2; -4)$. Прямая $y = c$, параллельная оси абсцисс, будет иметь с параболой единственную общую точку, если $c = -4$, $c = -6,25$. Второе значение параметра отвечает случаю, когда прямая проходит через вершину параболы — точку $(0,5; -6,25)$.

Ответ: $c = -4$, $c = -6,25$.



Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно. Верно найдены искомые значения параметров
1	График построен верно, но искомые значения параметров найдены неверно или не найдены вовсе
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 23** Из вершины прямого угла C треугольника ACB к гипотенузе проведены медиана CM и высота CH . Найдите длину отрезка MH , если $AC = 3\sqrt{5}$, $BC = 6$.



Решение. Так как медиана прямоугольного треугольника равна половине гипотенузы, то сначала по теореме Пифагора найдём гипотенузу: $AB = \sqrt{45 + 36} = 9$. Таким образом, $MC = MB = 4,5 = \frac{9}{2}$. Обозначим длину отрезка $MH = x$ и применим теорему Пифагора:

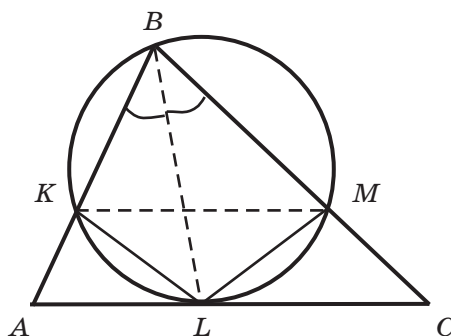
$$MC^2 - x^2 = BC^2 - \left(\frac{9}{2} - x\right)^2. \text{ Подставляя известные и найденные значения, получаем, что}$$

$$\left(\frac{9}{2}\right)^2 - x^2 = 36 - \left(\frac{9}{2} - x\right)^2 \Leftrightarrow \frac{81}{4} - x^2 = 36 - \frac{81}{4} + 9x - x^2 \Leftrightarrow 9x = 4,5 \Leftrightarrow x = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены верно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 24 В треугольнике ABC BL — биссектриса угла ABC . Окружность Ω , проходящая через вершину B и точку L , касается стороны AC и пересекает стороны BA и BC в точках K и M соответственно. Докажите, что четырёхугольник $AKMC$ — трапеция.



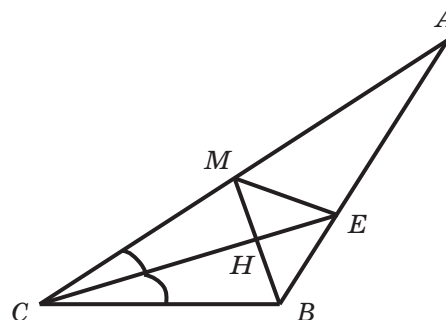
Решение.

Так как BL — биссектриса угла ABC , то мера дуги KL равна мере дуги LM . Следовательно, $\angle KML = \angle MKL = \frac{1}{2} \cup LM$ как вписанные углы, опирающиеся на равные дуги. Кроме того, $\angle MLC = \frac{1}{2} \cup LM$ как угол, образованный касательной LC и хордой LM . Но $\angle KML$ и $\angle MLC$ — внутренние накрест лежащие при прямых AC и KM и секущей LM . Следовательно, $AC \parallel KM$ и, таким образом, $AKMC$ — трапеция.

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 25 В треугольнике ABC медиана BM перпендикулярна биссектрисе CE . Найдите площадь треугольника, если $BM = 8$, $CE = 6$.

Решение. Треугольник CMB — равнобедренный, т. к. биссектриса $CE \perp BM$.



Так как BM — медиана треугольника, то $CM = MA = CB$. По свойству биссектрисы угла треугольника получаем, что $\frac{BE}{EA} = \frac{1}{2}$, откуда следует, что $\frac{S_{\triangle AME}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AE}{AB} \cdot \frac{AM}{AC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$.

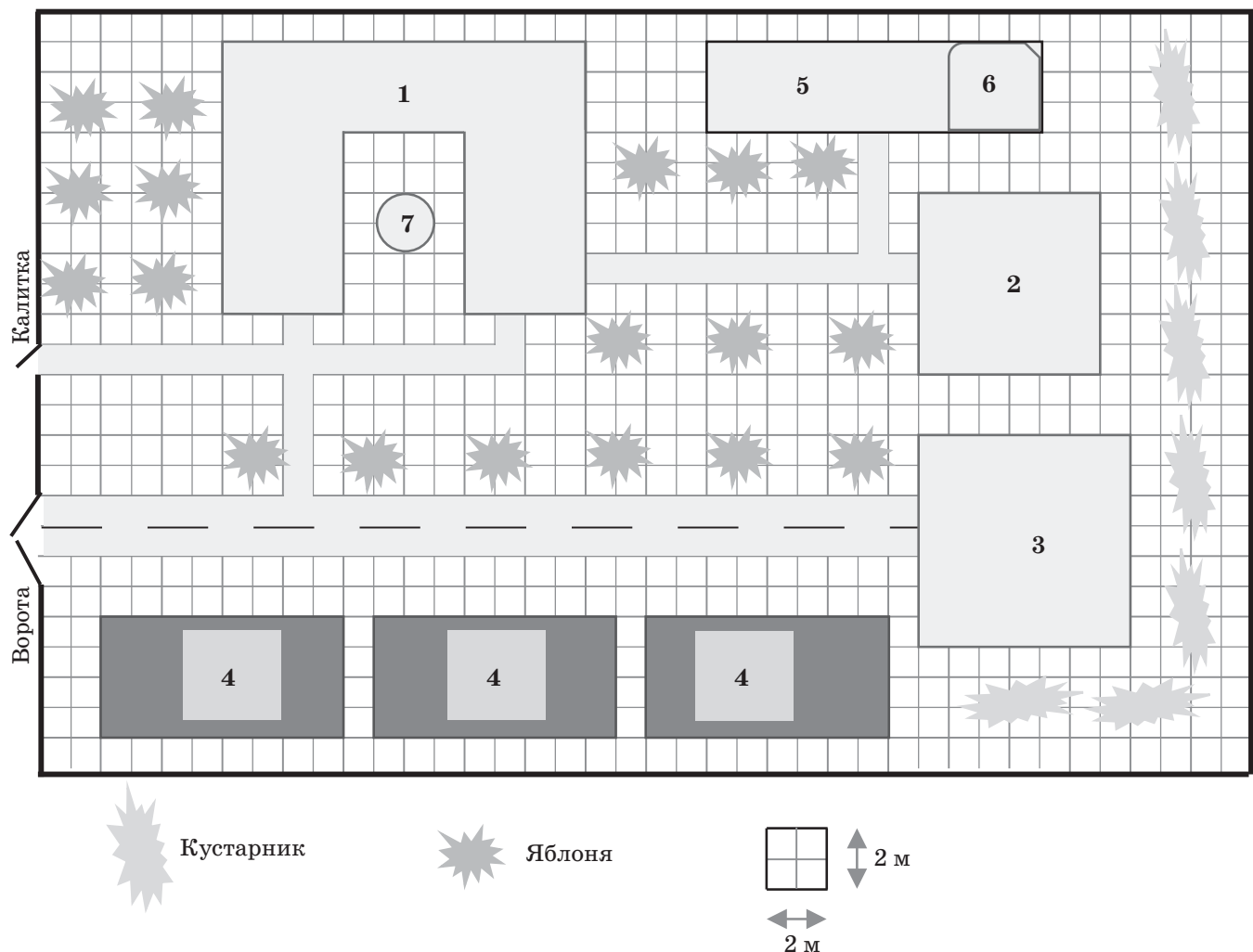
Следовательно, $S_{CBEM} = \frac{2}{3} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BM \cdot CE = 24$. Получаем, что $S_{\triangle ABC} = 36$.

Ответ: 36.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ ВАРИАНТА 9

Часть 1



На рисунке изображён план дачного участка, расположенного в одном из СНТ Московской области. Дорожка, ведущая от калитки, проходит мимо двухэтажного жилого дома, который на плане изображён в виде буквы «П». Во внутреннем дворе дома расположен колодец. Дорожка, отходящая от дома, ведёт к бане, а поворачивая налево, выводит к зоне отдыха, внутри которой расположена печь-барбекю.

Въездная дорога ведёт от ворот мимо теплиц к хозблоку. На участке высажены яблони и плодовые кустарники.

1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане.

Объекты	Жилой дом	Баня	Хозблок	Печь-барбекю
Цифры				

Решение. Используя описание, получим, что жилой дом — 1, баня — 2, хозблок — 3, печь-барбекю — 6.

Ответ: 1236.

- 2 Найдите площадь дачного участка. Ответ дайте в квадратных метрах.

Решение. Используя заданный масштаб и то, что участок имеет форму прямоугольника, длины сторон которого равны 25 и 40 метров, получим, что его площадь 1000 м^2 .

Ответ: 1000.

- 3 Найдите площадь, которую занимает на участке жилой дом. Ответ дайте в квадратных метрах.

Решение. Дом имеет вид буквы «П», поэтому его площадь можно найти как разность площадей двух прямоугольников: $S = 12 \cdot 9 - 6 \cdot 4 = 108 - 24 = 84$.

Ответ: 84.

- 4 Найдите длину дорожки, ведущей от ворот до хозблока. (Путь указан пунктиром.)
Ответ дайте в метрах.

Решение. Используя масштаб, получим, что длина дорожки равна 29 м.

Ответ: 29.

- 5 Владелец решил обнести бордюрным камнем с обеих сторон дорожку, ведущую от ворот к хозблоку, дорожку, которая ведёт от калитки к дому, а также дорожку между ними. Стоимость материалов приведена в таблице. Материалы приобретаются с запасом 5% от минимально необходимого количества.

Материал	Длина, мм	Стоимость, руб./шт.
Бордюрный камень	500	99

Найдите стоимость материалов, приобретённых для работ.

Решение. Посчитаем длину дорожек, она равна 93 метрам. Следовательно, минимально необходимое количество бордюрных камней равно 186. Тогда, учитывая запас, получим, что владельцу необходимо приобрести $186 \cdot 1,05 = 195,3 \approx 196$ штук. На приобретение материалов владелец затратит 19 404 рубля.

Ответ: 19 404.

- 6 Найдите значение выражения $2,1 + \frac{8}{15} \cdot 1\frac{5}{16}$.

Решение. $2,1 + \frac{8}{15} \cdot 1\frac{5}{16} = 2,1 + \frac{8}{15} \cdot \frac{21}{16} = 2,1 + 0,7 = 2,8$.

Ответ: 2,8.

- 7 На координатной прямой отмечено число a .



Какие из приведённых ниже утверждений для данного числа являются верными?

- 1) $\frac{1}{2} < a < \frac{3}{4}$ 3) $\frac{1}{4} < a < \frac{1}{2}$
 2) $\frac{3}{4} < a < 1$ 4) $\frac{1}{4} < a < 1$

Решение. Цена деления составляет $\frac{1}{4}$ единичного отрезка. Поэтому утверждение 1 — верно, 2 — неверно, 3 — неверно, 4 — верно.

Ответ: 14.

- 8 Найдите значение выражения $\frac{a^2-b^2}{a+b} + \frac{a^3+b^3}{a^2-ab+b^2}$ при $a = 2,5$, $b = 0,375$.

Решение. Применим формулы разности квадратов и суммы кубов двух чисел:

$$\frac{a^2-b^2}{a+b} + \frac{a^3+b^3}{a^2-ab+b^2} = \frac{(a-b)\cancel{(a+b)}}{\cancel{a+b}} + \frac{(a+b)\cancel{(a^2-ab+b^2)}}{\cancel{a^2-ab+b^2}} = \cancel{a-b} + \cancel{a+b} = 2a.$$

Следовательно, значение выражения при $a = 2,5$ равно 5.

Ответ: 5.

- 9 Решите уравнение $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Решение. Данное уравнение — биквадратное. Поэтому, делая промежуточную замену $x^2 = y$, $x^4 = y^2$.

Решаем вспомогательное уравнение $y^2 - 5y + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1; \\ y = 4. \end{cases}$

Делая обратную замену, получаем совокупность уравнений $\begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1; \\ x = 1; \\ x = -2; \\ x = 2. \end{cases}$

Отбирая указанный корень уравнения, получим, что $x = 2$.

Ответ: 2.

- 10 Монету бросают три раза. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно один раз.

Решение. Количество исходов при троекратном бросании правильной монеты равно восьми. Среди них три исхода отвечают условию задачи. Следовательно, вероятность составит $\frac{3}{8} = 0,375$.

Ответ: 0,375.

- 11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

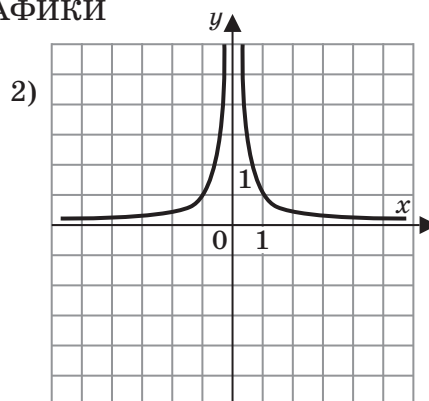
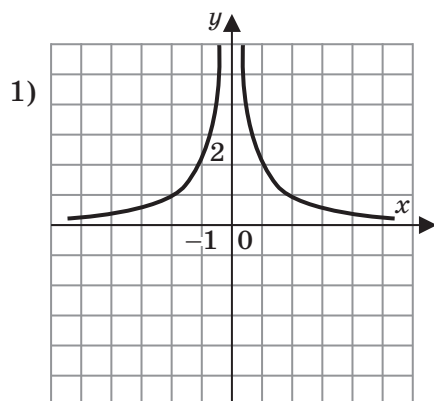
ФУНКЦИИ

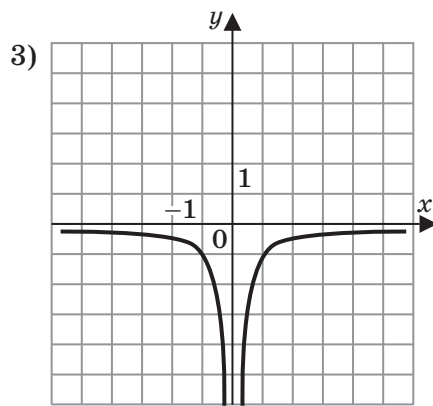
A) $y = -\frac{1}{|x|}$

Б) $y = \frac{2}{|x|}$

В) $y = \frac{1}{|x|}$

ГРАФИКИ





В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Решение. На рисунке приведены графики функции вида $y = \frac{k}{|x|}$.

- 1) Ветви графика расположены в 1-й и 2-й четвертях, и $y(1) = 2$. Следовательно, 1 — Б.
- 2) Ветви гиперболы расположены в 1-й и 2-й четвертях, и $y(1) = 1$. Следовательно, 2 — В.
- 3) Ветви гиперболы расположены в 3-й и 4-й четвертях, и $y(1) = 1$. Следовательно, 3 — А.

Ответ:

А	Б	В
3	1	2

- 12** Оплата услуг оператора мобильной связи производится согласно тарифу, рассчитываемому по формуле:

$$P \text{ руб.} = 1,91 \text{ руб./мин} \cdot t_1 \text{ мин} + 2,68 \text{ руб./мин} \cdot t_2 \text{ мин} + 1,61 \text{ руб.} \cdot n,$$

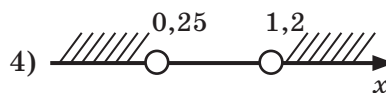
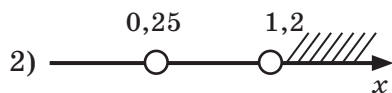
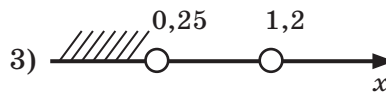
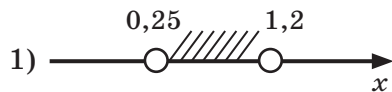
где t_1 мин — время, затраченное пользователем на исходящие звонки внутри сети, t_2 мин — время, затраченное пользователем на исходящие на телефоны других операторов, n — количество SMS, отправленных пользователем. Найдите величину оплаты, если время звонков внутри сети составило 40 мин, на телефоны других операторов — 25 мин и было отправлено 12 SMS. Ответ дайте в рублях.

Решение. Подставляя данные в формулу, задающую тарифный план, получим:

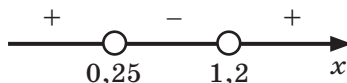
$$P \text{ руб.} = 1,91 \cdot 40 + 2,68 \cdot 25 + 1,61 \text{ руб.} \cdot 12 = 162,72.$$

Ответ: 162,72.

- 13** Укажите решение неравенства $\frac{5x-6}{4x-1} < 0$.



Решение. Выражение, стоящее в левой части неравенства, может менять свой знак в точках $x_1 = 0,25$ и $x_2 = 1,2$. Эти точки разбивают числовую прямую на 3 интервала, на каждом из которых выражение сохраняет знак своих значений.



Таким образом, решению неравенства соответствует интервал $(0,25; 1,2)$, изображённый на рисунке 1.

Ответ: 1.

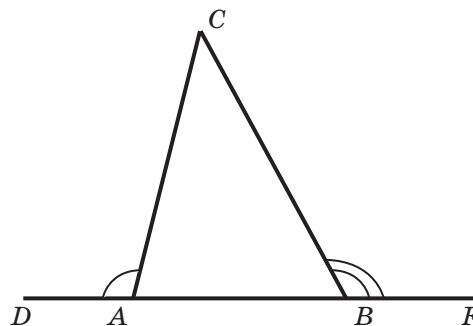
- 14** Алексей в первый день тренировок сделал 4 отжимания. На следующий день он поленился и сделал на одно отжимание меньше, чем в первый день. Но на третий день он сделал на 2 отжимания больше, чем во второй. На четвёртый — на одно меньше, чем в третий, на пятый — на 2 больше, чем в четвёртый, и т. д. На какой день после начала занятий Алексей сделает 15 отжиманий?

Решение. Рассмотрим количества отжиманий, которые сделает Алексей отдельно по нечётным дням и отдельно — по чётным. Для этого выстроим их количества в 2 ряда. Получаем, что в нечётные дни количество отжиманий образует последовательность натуральных чисел, начиная с 4, а в чётные — последовательность натуральных чисел, начиная с 3. Следовательно, число 15 появится на 12-й нечётный день, т. е. на 23-й день после начала занятий.

Ответ: 23.

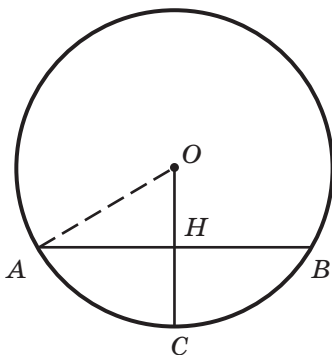
- 15** Сумма внешних углов CAD и CBF при вершинах A и B треугольника ABC равна 237° . Найдите величину угла ACB треугольника.

Решение. По свойству внешних углов треугольника, взятых по одному при каждой его вершине, их сумма равна 360° . Следовательно, величина внешнего угла при вершине C треугольника ABC равна 123° . Таким образом, величина угла ACB треугольника будет равна 57° .



Ответ: 57.

- 16** Хорда AB окружности перпендикулярна её радиусу OC и делит радиус пополам. Найдите длину радиуса окружности, если $AB = 17\sqrt{3}$.



Решение. По свойству хорды окружности, перпендикулярной её радиусу, получим, что $AH = \frac{1}{2}AB = \frac{17\sqrt{3}}{2}$. Тогда из прямоугольного треугольника AOH получим, что

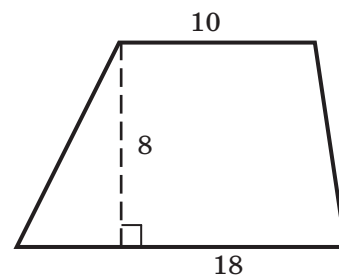
$$R^2 - \frac{1}{4}R^2 = \frac{3}{4} \cdot 17^2 \Leftrightarrow R^2 = 17^2, R = 17.$$

Ответ: 17.

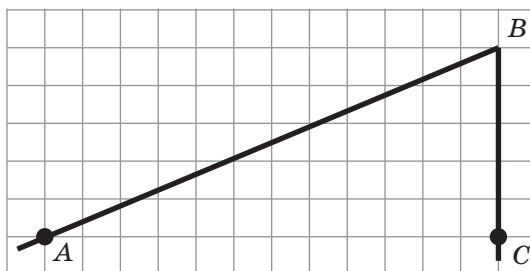
- 17 Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.

Решение. Площадь трапеции $S = \frac{18+10}{2} \cdot 8 = 112$.

Ответ: 112.



- 18 Найдите величину $13\sin B$, где B — острый угол, изображённый на рисунке.



Решение. $AC = 12$, по теореме Пифагора найдём, что $AB = 13$, получим, что $\sin B = \frac{12}{13}$, $13\sin B = 12$.

Ответ: 12.

- 19 Дан прямоугольный треугольник ABC , $\angle C = 90^\circ$. Укажите верные утверждения.

- 1) Квадрат любого катета треугольника равен разности квадратов его гипотенузы и второго катета.
- 2) Квадрат любого катета треугольника равен сумме квадратов его гипотенузы и второго катета.
- 3) Радиус окружности, описанной около треугольника, равен половине его гипотенузы.
- 4) Радиус вписанной в треугольник окружности равен половине его гипотенузы.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Решение. В прямоугольном треугольнике верна теорема Пифагора: квадрат гипотенузы равен сумме квадратов его катетов. Поэтому утверждение 1 — верно, 2 — неверно. В прямоугольном треугольнике центр описанной окружности расположен на середине гипотенузы. Поэтому утверждение 3 — верно, 4 — неверно.

Ответ: 13.

Часть 2

- 20 Решите уравнение $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) = 360$.

Решение. Группируя множители, получим:

$$\begin{aligned} (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) &= 360 \Leftrightarrow (x+1)(x+4)(x+2)(x+3) = 360 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) &= 360 \Leftrightarrow (x^2 + 5x)^2 + 10(x^2 + 5x) + 24 = 360 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (x^2 + 5x)^2 + 10(x^2 + 5x) - 336 &= 0. \end{aligned}$$

Делая замену $t = x^2 + 5x$, получим вспомогательное уравнение

$$t^2 + 10t - 336 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -24; \\ t = 14. \end{cases}$$

Выполняя обратную замену, получим: $\begin{cases} x^2 + 5x = -24 \\ x^2 + 5x = 14 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 + 5x - 14 = 0 \begin{cases} x = -7; \\ x = 2. \end{cases}$

Ответ: $-7; 2$

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 21** Расстояние между пунктами A и B скорый поезд, следуя со скоростью 60 км/ч, проходит на 2 ч 15 мин быстрее пассажирского, скорость которого равна 40 км/ч. Найдите расстояние между пунктами A и B .

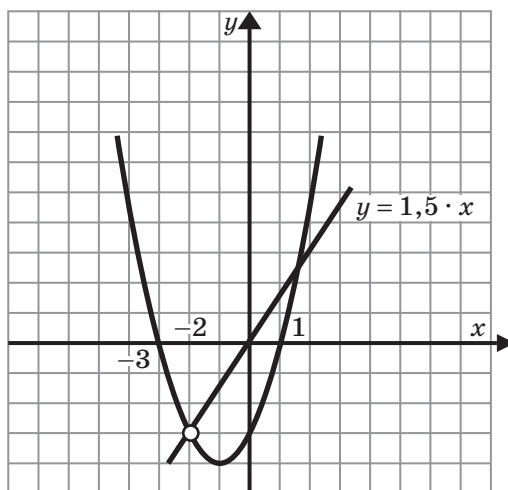
Решение. Обозначив искомое расстояние между пунктами S и учитывая, что 2 ч 15 мин $= 2\frac{1}{4}$ ч, получим: $\frac{S^{1/3}}{40} - \frac{S^{1/2}}{60} = \frac{9^{1/30}}{4} \Leftrightarrow 3S - 2S = 270 \Leftrightarrow S = 270$.

Ответ: 270 .

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 22** Постройте график функции $y = \frac{(x+3)(x^2+x-2)}{x+2}$.

Определите, при каких значениях параметра c прямая, заданная уравнением $y = cx$, имеет с графиком функции одну общую точку.



Решение. Раскладывая на множители квадратный трёхчлен, стоящий в числителе дроби, получим:

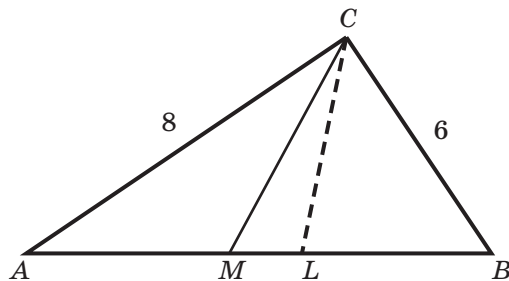
$$y = \frac{(x+3)(x^2+x-2)}{x+2} \Leftrightarrow y = \frac{(x+3)(x+2)(x-1)}{x+2} \Leftrightarrow \begin{cases} y = (x+3)(x-1); \\ x \neq -2. \end{cases}$$

Таким образом, график функции — парабола, заданная уравнением $y = (x+3)(x-1)$, из которой выколота точка $(-2; -3)$. Прямая $y = cx$, проходящая через начало координат, будет иметь с параболой единственную общую точку, если она будет проходить через выколотую точку $(-2; -3)$. Имеем: $-3 = -2c \Leftrightarrow c = 1,5$.

Ответ: 1,5.

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно. Верно найдены искомые значения параметров
1	График построен верно, но искомые значения параметров найдены неверно или не найдены вовсе
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 23 Из вершины прямого угла C треугольника ABC проведены медиана CM и биссектриса CL . Найдите длину отрезка ML , если катеты треугольника $AC = 8$, $CB = 6$.



Решение. Находя гипотенузу, получим, что $AB = 10$.

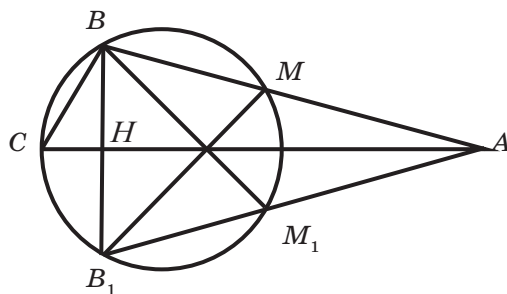
Из свойства медианы прямого угла прямоугольного треугольника получим, что $AM = MB = 5$.

По свойству биссектрисы угла треугольника получим, что $\frac{BL}{LA} = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{4}$. Следовательно, но, $BL = \frac{3}{7}AB = \frac{30}{7}$. Тогда $ML = MB - BL = 5 - \frac{30}{7} = \frac{5}{7}$.

Ответ: $\frac{5}{7}$.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены верно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 24 В треугольнике ABC $\angle BAC = 30^\circ$. Центр окружности Ω , проходящей через вершины B, C треугольника и середину стороны AB , — точка O , лежит на стороне AC . Докажите, что $BO \perp AC$.



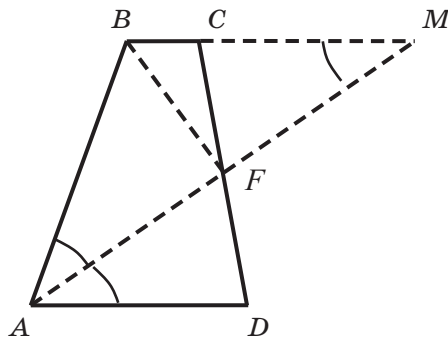
Решение.

Проведём перпендикуляр $BH \perp AC$ и продолжим его до пересечения с окружностью Ω в точке B_1 . Так как BB_1 — хорда, перпендикулярная диаметру окружности Ω , то $BH = B_1H$, $AC \perp BB_1$, и тогда треугольник ABB_1 — равнобедренный. Но при этом $\angle BAB_1 = 2\angle BAC = \frac{\pi}{3}$. Следовательно, треугольник ABB_1 — равносторонний.

Если M — середина AB , то B_1M — медиана равностороннего треугольника ABB_1 . Следовательно, $B_1M \perp AB$. Окружность Ω описана около треугольника BMB_1 , а угол $BMB_1 = \frac{\pi}{2}$. Следовательно, BB_1 — диаметр окружности Ω , и точка H есть центр окружности Ω — точка O , что и требовалось доказать.

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 25 В трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) биссектриса угла BAD проходит через середину F стороны CD . Известно, что $AB = 5$, $AF = 4$. Найдите длину BF .



Решение. Продолжим AF до пересечения с прямой BC в точке M . $\triangle AFD = \triangle CFM$ по стороне и двум прилежащим к ней углам ($FD = FC$).

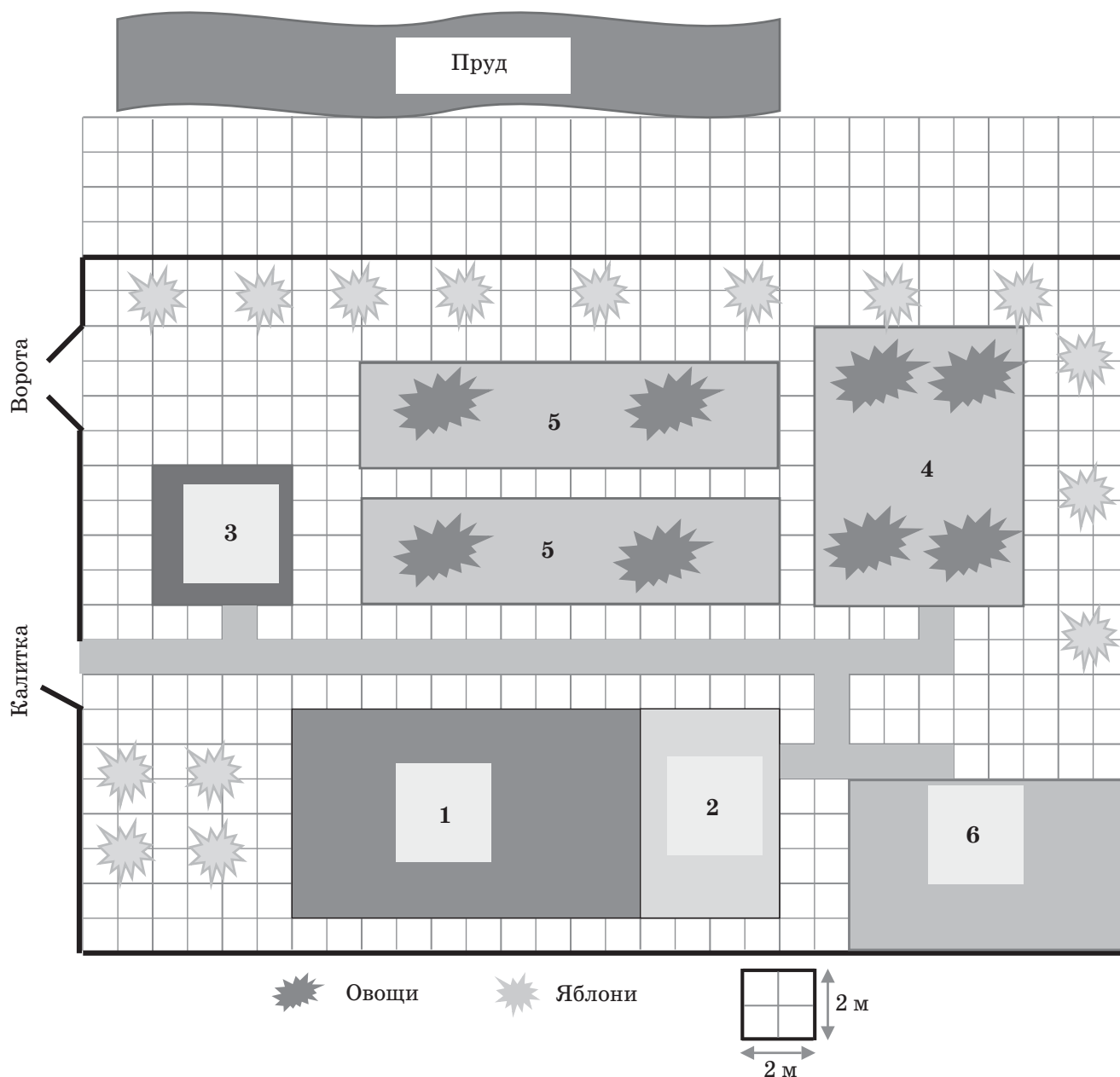
$\angle FAD = \angle FMB$ как внутренние накрест лежащие при параллельных прямых AD и BC и секущей AM . Но так как AF — биссектриса, то $\angle FAD = \angle FAB$, и поэтому $\triangle ABM$ — равнобедренный, BF — медиана, и следовательно, высота. Тогда по теореме Пифагора получим, что $BF = 3$.

Ответ: 3.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ ВАРИАНТА 10

Часть 1



На рисунке изображён план дачного участка, расположенного в одном из садоводческих товариществ Московской области. При входе на участок через калитку слева расположена баня. Далее расположен двухэтажный жилой дом с крыльцом, через которое осуществляется вход. Второй этаж выступает над крыльцом. Дорожка, ведущая от крыльца, приводит к хозяйскому блоку. Рядом с баней на участке расположены овощные грядки и теплица, к которой ведёт дорожка от калитки. На участке высажены яблони. Рядом с участком расположен пруд. Въезд на участок осуществляется через ворота.

- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане.

Объекты	Жилой дом	Баня	Крыльцо	Овощные грядки
Цифры				

Решение. Используя описание дачного участка, получим, что дом — 1, баня — 3, крыльцо дома — 2, овощные грядки — 5.

Ответ: 1325.

- 2 Найдите площадь дачного участка. Ответ дайте в квадратных метрах.

Решение. Участок имеет форму прямоугольника. Используя масштаб, находим, что длина участка 30 м, ширина — 20 м. Следовательно, площадь участка 600 м^2 .

Ответ: 600.

- 3 Найдите площадь, которую занимает на участке теплица. Ответ дайте в квадратных метрах.

Решение. На плане теплица представлена прямоугольником, стороны которого 6 м и 8 м. Следовательно, площадь теплицы 48 м^2 .

Ответ: 48.

- 4 Найдите длину дорожки, ведущей от калитки до теплицы. Ответ дайте в метрах.

Решение. Используя масштаб, получим, что длина указанной в условии дорожки — 26 м.

Ответ: 26.

- 5 Собирая урожай яблок, владелец участка заметил, что с каждой яблони в среднем можно снять 20 кг яблок, пригодных к переработке. У владельца есть соковыжималка, выход сока на которой составляет 40% веса яблок. Кроме того, при дроблении сырья теряется 10% исходного веса. Сколько трёхлитровых банок потребуется для укупорки сока? (Считать, что в трёхлитровую банку входит 3 кг сока.)

Решение. Так как на участке растут 15 яблонь, то будет собрано 300 кг яблок. Следовательно, будет получено $300 \cdot (1 - 0,1) \cdot 0,4 = 108 \text{ кг}$ сока. Для укупорки потребуется 36 банок.

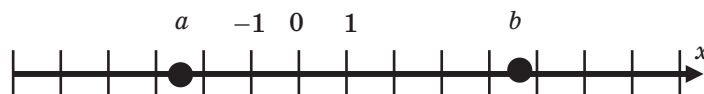
Ответ: 36.

- 6 Найдите значение выражения $4\frac{3}{4} - \frac{13}{18} \cdot \frac{9}{26}$.

Решение. $4\frac{3}{4} - \frac{13}{18} \cdot \frac{9}{26} = \frac{19}{4} - \frac{1}{4} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2} = 4,5$.

Ответ: 4,5.

- 7 На координатной прямой отмечены числа a и b .



Какие из приведённых ниже утверждений для данных чисел являются верными?

- 1) $a < -1$ 2) $b > 3$ 3) $2 < a + b < 1$ 4) $1 < a < 3$

Решение. Цена деления числовой оси равна 1, поэтому получим, что $-3 < a < -2$, $4 < b < 5$. Получаем, что 1 — верное утверждение, 2 — верно, 3 — неверно, 4 — неверно.

Ответ: 12.

- 8 Найдите значение выражения $a^2 + \frac{1}{a^2}$, если $a + \frac{1}{a} = 3$.

Решение. Возводя выражение $a + \frac{1}{a}$ в квадрат, получим:

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = a^2 + 2a \cdot \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} = a^2 + \frac{1}{a^2} + 2. \text{ Откуда следует, что } a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 9 - 2 = 7.$$

Ответ: 7.

- 9 Решите уравнение $\frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = 0$.

Если корней несколько, в ответе укажите больший корень.

Решение. Данное уравнение равносильно системе $\frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x - 2 = 0; \\ x - 1 \neq 0. \end{cases}$

Решая квадратное уравнение, входящее в систему, получим, что $x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2; \\ x = 1. \end{cases}$

Учитывая неравенство системы, получим, что $x = -2$.

Ответ: -2.

- 10 На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра окажется нечётной?

Решение. Среди 10 цифр 5 нечётных, поэтому искомая вероятность события «случайно нажатая цифра будет нечётной» равна $\frac{5}{10} = 0,5$.

Ответ: 0,5.

- 11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

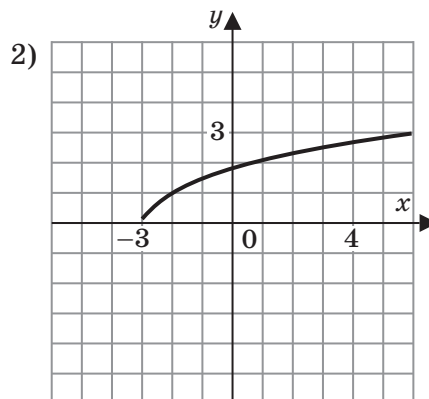
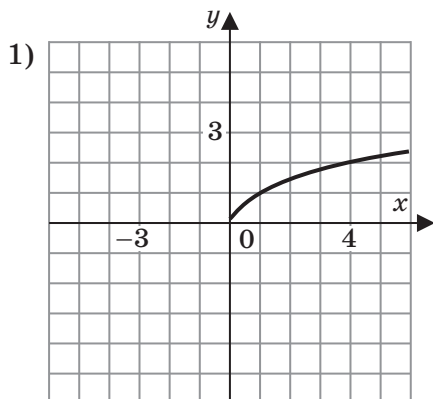
ФУНКЦИИ

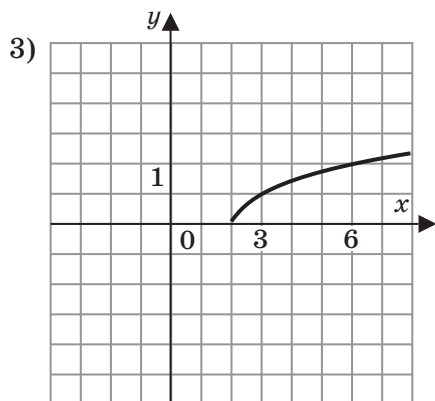
A) $y = \sqrt{x+3}$

B) $y = \sqrt{x}$

B) $y = \sqrt{x-2}$

ГРАФИКИ





В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Решение. На рисунке приведены графики функции вида $y = \sqrt{x-a}$, имеющие область определения $[a; +\infty)$.

- 1) $a = 0$. Следовательно, 1 — Б.
 2) $a = -3$. Следовательно, 2 — А.
 2) $a = 2$. Следовательно, 3 — В.

Ответ:

А	Б	В
2	1	3

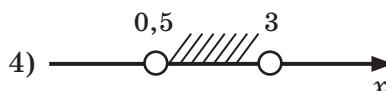
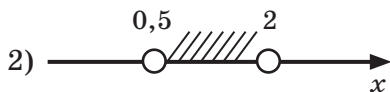
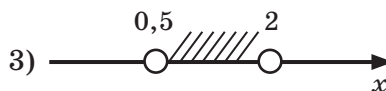
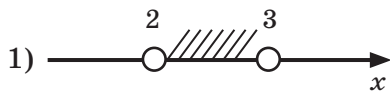
- 12** Коэффициент трения μ камня, пущенного с начальной скоростью v по поверхности льда и прошедшего до полной остановки расстояние S , вычисляется по формуле $\mu = \frac{v^2}{2g \cdot S}$, где скорость v измеряется в м/с, расстояние S — в м, а ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Найдите расстояние, пройденное камнем до полной остановки, если $\mu = 0,01$, $v = 2$ м/с. Ответ дайте в метрах.

Решение. Выразим искомую величину из формулы: $\mu = \frac{v^2}{2g \cdot S} \Leftrightarrow S = \frac{v^2}{2g \cdot \mu}$. Подставляя

данные, получим: $S = \frac{4}{20 \cdot 0,01} = \frac{4}{0,2} = 20$.

Ответ: 20.

- 13** Укажите решение системы неравенств $\begin{cases} 2x - 1 > 0; \\ 3x - 2 > 4; \\ 5x - 4 < 11. \end{cases}$



Решение. Решим систему неравенств:
$$\begin{cases} 2x-1 > 0 \\ 3x-2 > 4 \\ 5x-4 < 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0,5 \\ x > 2 \\ x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x < 3.$$

Рисунок, на котором изображено решение системы неравенств, имеет номер 1.

Ответ: 1.

- 14** Скучая на уроке математики, Катя сложила первые 2019 нечётных чисел, а затем сложила первые 2019 чётных чисел. Из большей суммы она вычла меньшую. Найдите число, которое получилось у Кати.

Решение. Величина чётного числа выражается формулой $n_{\text{чёт.}} = 2n$, а величина нечётного числа $n_{\text{нечёт.}} = 2n - 1$. Поэтому сумма 2019 нечётных чисел будет равна $S_1 = (2 \cdot 1 - 1) + (2 \cdot 2 - 1) + \dots + (2 \cdot 2019 - 1)$, а сумма 2019 чётных чисел — $S_2 = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + \dots + 2 \cdot 2019$. Тогда $S_2 - S_1 = 2019$.

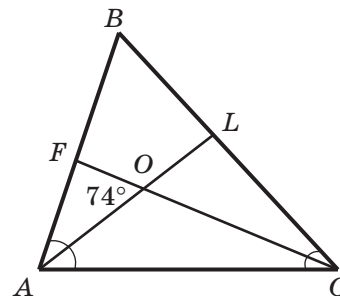
Ответ: 2019.

- 15** В треугольнике ABC проведены биссектрисы AL и CF , пересекающиеся в точке O . Найдите угол ABC , если $\angle AOF = 74^\circ$. Ответ дайте в градусах.

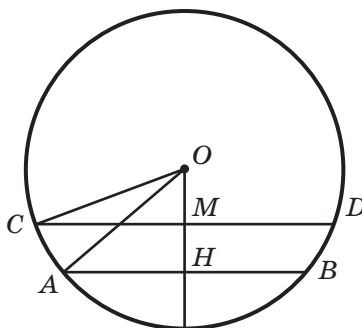
Решение. По теореме о внешнем угле треугольника $\angle AOF = \angle OAC + \angle OCA$, т. е. $\angle AOF = \frac{1}{2}(\angle A + \angle C)$.

Следовательно, $\angle A + \angle C = 2\angle AOF = 148^\circ$. Тогда $\angle ABC = 180^\circ - 148^\circ = 32^\circ$.

Ответ: 32.



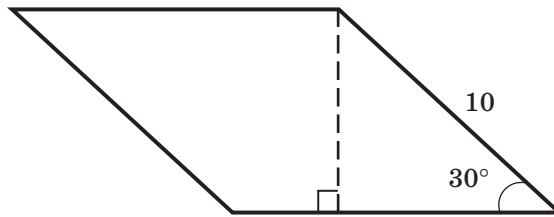
- 16** В окружности, радиус которой равен 25, проведены по одну сторону от её центра две параллельные хорды $AB = 30$, $CD = 40$. Найдите расстояние между хордами.



Решение. Используя свойство хорды перпендикулярной радиусу окружности, найдём расстояния: $OM = \sqrt{25^2 - 20^2} = \sqrt{225} = 15$, $OH = \sqrt{25^2 - 15^2} = \sqrt{400} = 20$. Найдём расстояние между хордами: $MH = 5$.

Ответ: 5.

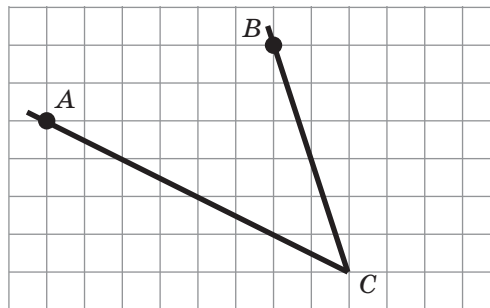
- 17 Найдите площадь ромба, изображённого на рисунке.



Решение. Так как катет прямоугольного треугольника, лежащий напротив угла, равного 30° , вдвое меньше гипотенузы, то получим, что высота ромба равна 5, а его площадь $S = 50$.

Ответ: 50.

- 18 Найдите тангенс острого угла, изображённого на рисунке.



Решение. Используя масштаб, получим, что $BC^2 = AB^2 = 40$, $AC^2 = 80$. И так как $AC^2 = AB^2 + BC^2$, то $\triangle ABC$ — равнобедренный, прямоугольный, откуда $\operatorname{tg} C = \frac{AB}{BC} = 1$.

Ответ: 1.

- 19 Дан треугольник ABC . Укажите верные утверждения.

- 1) Любая сторона треугольника меньше суммы двух его других сторон.
- 2) Любая сторона треугольника больше разности двух его других сторон.
- 3) Любая сторона треугольника меньше половины его периметра.
- 4) Любая сторона треугольника больше половины его периметра.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Решение. Утверждение 1, известное как «неравенство треугольника», — верное.

2) Пусть $a \leq b \leq c$ — стороны треугольника. Так как $a + b > c$, то $a > c - b > b - c$. Аналогичные неравенства будут верны и для других сторон. Значит, 2 — верное утверждение.

3) Рассмотрим разность $\frac{a+b+c}{2} - c = \frac{a+b-c}{2} > 0$, т. е. 3 — верное утверждение. Соответственно 4 — неверно.

Ответ: 123.

Часть 2

20 Решите уравнение $(x+3)(x^2+5x)(x+8)=-56$.

Решение. Меняя порядок следования множителей, получим:

$$\begin{aligned} (x+3)(x^2+5x)(x+8) &= -56 \Leftrightarrow (x+3)(x+5)x(x+8) = -56 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (x^2+8x)(x^2+8x+15)+56 &= 0 \Leftrightarrow (x^2+8x)^2+15(x^2+8x)+56=0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+8x=\frac{-15-1}{2} \\ x^2+8x=\frac{-15+1}{2} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+8x=-8 \\ x^2+8x=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+8x+8=0 \\ x^2+8x+7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-4-2\sqrt{2}; \\ x=-4+2\sqrt{2}; \\ x=-1; \\ x=-7. \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: $-4-2\sqrt{2}; -4+2\sqrt{2}; -1; -7$.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

21 Моторная лодка прошла 45 км по течению реки и 22 км против течения, затратив на весь путь 5 ч. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки составила 2 км/ч.

Решение. Пусть собственная скорость лодки составляет v км/ч. Тогда по течению реки её скорость составит $(v+2)$ км/ч, а против течения — $(v-2)$ км/ч. Следовательно, $v > 2$ и затраченное время $\frac{45}{v+2} + \frac{22}{v-2} = 5$. Решая уравнение, получим:

$$\frac{45}{v+2} + \frac{22}{v-2} = 5 \Leftrightarrow \frac{45(v-2) + 22(v+2)}{(v+2)(v-2)} = 5 \Leftrightarrow 45v - 90 + 22v + 44 = 5v^2 - 20 \Leftrightarrow 5v^2 - 67v + 26 = 0.$$

Находим дискриминант уравнения $D = 67^2 - 520 = 3969$. По таблице квадратов чисел, приведённых во вспомогательных материалах, получим, что $\sqrt{D} = 63$.

$$\text{Имеем: } \begin{cases} v = \frac{67+63}{10} = 13; \\ v = \frac{67-63}{10} = 0,4. \end{cases} \text{ И так как } v > 2, \text{ то } v = 13 \text{ км/ч.}$$

Ответ: 13.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 22** Постройте график функции $y = \frac{2x^2 - x - 10}{x^2 + x - 2}$.

Определите, при каких значениях параметра c прямая, заданная уравнением $y = cx$, имеет с графиком функции одну общую точку.

Решение. Преобразуем уравнение, задающее функцию. Раскладывая на множители квадратные трёхчлены, стоящие в числителе и знаменателе дроби, получим:

$$y = \frac{2x^2 - x - 10}{x^2 + x - 2} \Leftrightarrow y = \frac{(2x-5)(x+2)}{(x-1)(x+2)} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{(2x-5)}{(x-1)}; \\ x \neq -2. \end{cases}$$

Таким образом, график функции — гипербола, вертикальная асимптота которой задана уравнением $x = 1$, горизонтальная асимптота — $y = 2$, из которой выколота точка $(-2; 3)$. Прямая $y = cx$ будет иметь единственную общую точку, если:

1) прямая $y = cx$ проходит через точку $(-2; 3)$: $3 = -2c \Leftrightarrow c = -1,5$;

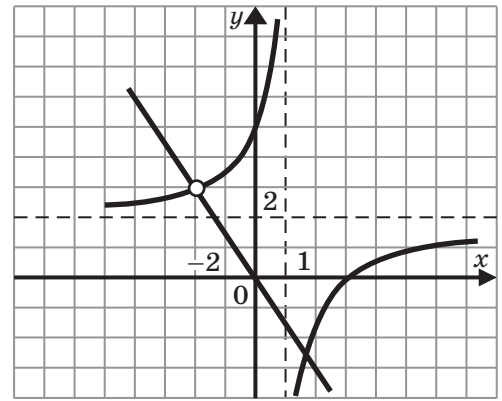
2) прямая $y = cx$ касается ветви гиперболы. В этом случае уравнение $cx = \frac{2x-5}{x-1}$ будет иметь единственное решение.

Получим: $cx = \frac{2x-5}{x-1} \Leftrightarrow cx^2 - (2+c)x + 5 = 0$. Уравнение будет иметь единственное решение,

если его дискриминант будет равен 0. $D(c) = 0 \Leftrightarrow 0 \Leftrightarrow (c+2)^2 - 20c = 0 \Leftrightarrow c^2 - 16c + 4 = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = 8 - 2\sqrt{15}; \\ c = 8 + 2\sqrt{15}. \end{cases}$$

Ответ: $c = -1,5$, $c = 8 - 2\sqrt{15}$, $c = 8 + 2\sqrt{15}$.

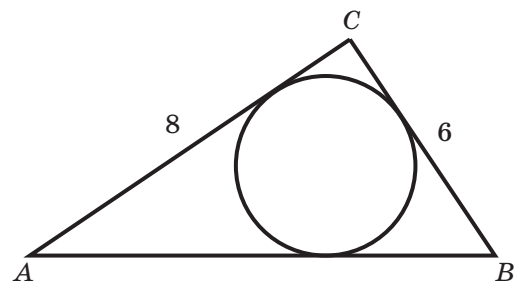


Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно. Верно найдены искомые значения параметров
1	График построен верно, но искомые значения параметров найдены неверно или не найдены вовсе
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 23** В прямоугольный треугольник ABC , $\angle C = 90^\circ$, вписана окружность. Найдите её радиус, если катеты треугольника равны 6 и 8.

Решение. Находя гипотенузу, получим, что $AB = 10$. И так как в прямоугольном треугольнике сумма катетов равна удвоенной сумме радиусов вписанной и описанной окружностей, а гипотенуза есть диаметр описанной окружности, то получим, что $2r + 10 = 6 + 8 \Leftrightarrow r = 2$.

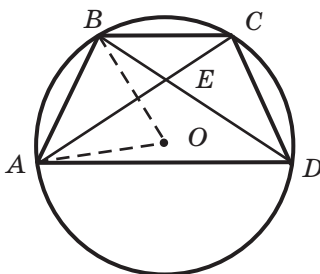
Ответ: 2.



Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены верно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 24 Трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC вписана в окружность с центром в точке O и радиусом, равным R . Диагонали AC и BD трапеции пересекаются в точке E , $\angle CED = 60^\circ$.

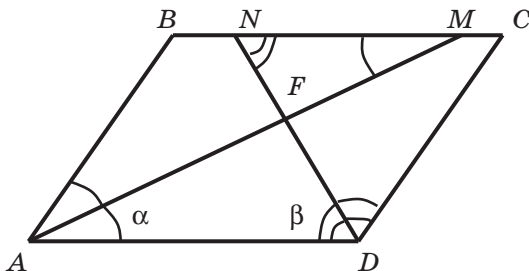
Докажите, что около четырёхугольника $ABEO$ можно описать окружность.



Решение. Так как трапеция вписана в окружность, она равнобедренная. Следовательно, $\triangle BEC$ — равнобедренный. $\angle CED = 60^\circ$ — внешний для $\triangle BEC$, поэтому $\angle ECB = \angle ACB = 30^\circ$. Угол ACB — вписанный угол, поэтому мера дуги $\cup AB = 60^\circ$. Дуга окружности, мера которой равна 60° , стягивается хордой, равной радиусу окружности. Тогда если O — центр окружности, то $\triangle AOB$ — равносторонний, и $\angle AOB = 60^\circ$. Но и $\angle AEB = \angle CED = 60^\circ$. Поэтому точка E принадлежит окружности, описанной около равностороннего $\triangle AOB$. Следовательно, около четырёхугольника $ABEO$ можно описать окружность.

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 25 В параллелограмме $ABCD$ биссектрисы углов BAD и CDA пересекают сторону BC в точках M и N соответственно. Найдите длину стороны AB , если $AM = 12$, $DN = 5$.



Решение.

Пусть $\angle BAD = 2\alpha$, $\angle CDA = 2\beta$, $\angle BAD + \angle CDA = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ$.

Так как AM и DN — биссектрисы, то $AM \perp DN$. Кроме того, $\triangle ABM$ и $\triangle CDN$ — равнобедренные (по свойству накрест лежащих углов), поэтому $BM = AB = CD = DN$. Находя основания равнобедренных треугольников, получим, что $AM = 2AB \cos \alpha$, $DN = 2CD \cos \beta = 2AB \sin \alpha$.

И тогда $AM^2 + DN^2 = 4AB^2 (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = 4AB^2$. Получим: $2AB = \sqrt{144 + 25} \Leftrightarrow AB = 6,5$.

Ответ: 6,5.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена опечатка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

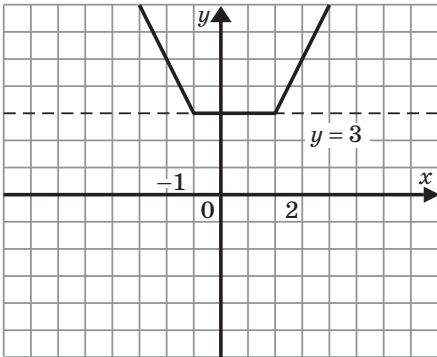
ОТВЕТЫ

ВАРИАНТ 1

Часть 1

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	2167	6	3,3	11	312	16	42
2	600	7	4	12	625	17	15
3	72	8	4	13	3	18	0,8
4	20	9	-2	14	6,5	19	34
5	17 000	10	0,04	15	43		

Часть 2

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
20	-1; 5	21	1,5
№ задания	Значения параметра	График	
22	$[3; +\infty)$		
№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
23	12	25	0,875 (или 7:8)

ВАРИАНТ 2

Часть 1

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	1532	6	1,26	11	321	16	4
2	800	7	4	12	2	17	60
3	72	8	1	13	-5	18	9
4	34	9	9	14	7	19	2
5	35 400	10	0,1	15	56		

Часть 2

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
20	-6; -4; -1; 1	21	14

Окончание табл.

№ задания	Значения параметра		График
22	$[-1; 0]$		
№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
23	4	25	4,25

ВАРИАНТ 3

Часть 1

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	1236	6	0,0025	11	231	16	24
2	24	7	3	12	22	17	63
3	0,06	8	228	13	5	18	0,5
4	30	9	4	14	127	19	24
5	102 731	10	0,0025	15	30		

Часть 2

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
20	-1; 1	21	10
№ задания	Значения параметра		График
22	(1; 2)		

Окончание табл.

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
23	5	25	20

ВАРИАНТ 4

Часть 1

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	1462	6	4,005	11	231	16	14
2	3	7	1	12	21,5	17	60
3	0,08	8	-8	13	3	18	2,7
4	37	9	-3	14	6	19	24
5	76	10	0,375	15	47		

Часть 2

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
20	-4; 0; 1	21	40
№ задания	Значения параметра	График	
22	$(-\infty; -3] \cup \{-0,75\} \cup (3; +\infty)$		
№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
23	15	25	576

ВАРИАНТ 5

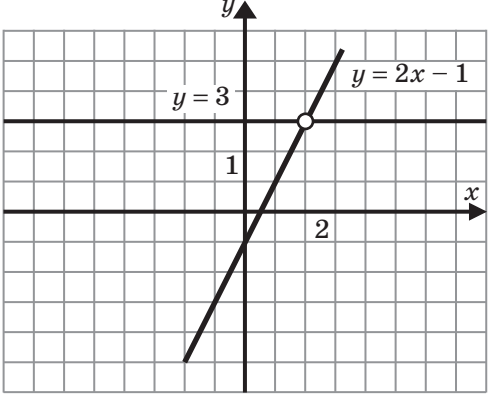
Часть 1

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	1267	3	10	5	80	7	2,5
2	27	4	600	6	0,7	8	5

Окончание табл.

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
9	3	12	48	15	55	18	0,8
10	0,25	13	1	16	30	19	14
11	312	14	9000	17	36		

Часть 2

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
20	-1; 3	21	1
№ задания	Значения параметра	График	
22	$c = 3$		
№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
23	6,25	25	4; 6; 6

ВАРИАНТ 6

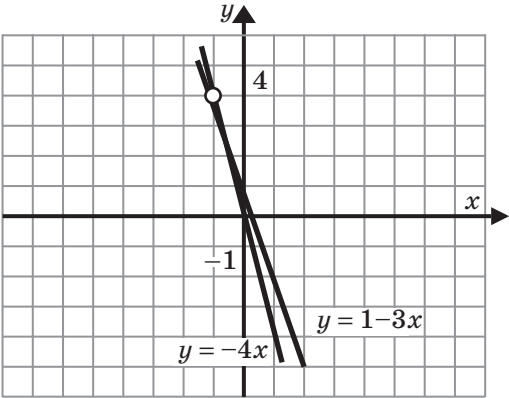
Часть 1

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	1532	6	0, 7	11	231	16	21
2	800	7	2	12	2	17	84
3	72	8	9999	13	1	18	0,75
4	34	9	-4	14	10	19	123
5	63 714	10	0,993	15	62		

Часть 2

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
20	-2; 1	21	45

Окончание табл.

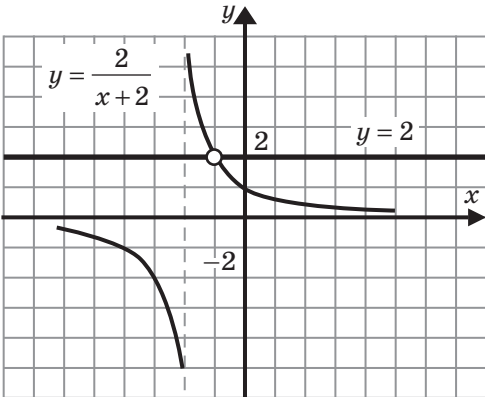
№ задания	Значения параметра		График
22	$c = 3, c = -4$		
№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
23	36	25	8

ВАРИАНТ 7

Часть 1

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	1234	6	4, 5	11	213	16	16
2	27	7	1	12	3,2	17	56
3	0,06	8	27	13	2	18	0,8
4	27	9	3	14	252	19	13
5	110 554	10	0,5	15	74		

Часть 2

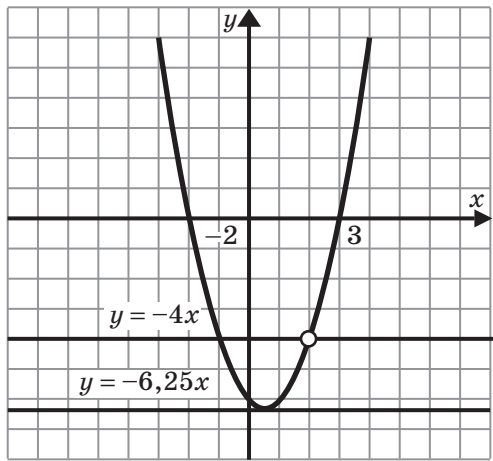
№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
20	-2; 2	21	35
№ задания	Значения параметра		График
22	$c = 2, c = 0$		
№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
23	$2\sqrt{13}$	25	68

ВАРИАНТ 8

Часть 1

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	1735	6	7,2	11	312	16	15
2	18	7	124	12	14,5	17	198
3	0,08	8	2	13	3	18	2,2
4	36	9	3	14	28	19	23
5	45 620	10	0,124	15	47		

Часть 2

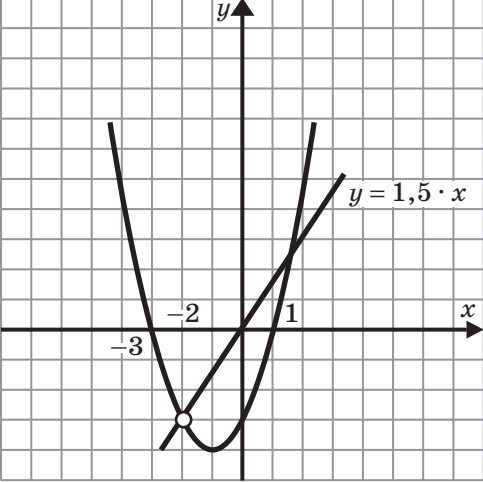
№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
20	-4; 3	21	2
№ задания	Значения параметра	График	
22	$c = -4, c = -6,25$		
№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
23	0, 5	25	36

ВАРИАНТ 9

Часть 1

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	1236	6	2,8	11	312	16	17
2	1000	7	14	12	162,72	17	120
3	84	8	5	13	1	18	12
4	29	9	2	14	23	19	13
5	19 404	10	0,375	15	57		

Часть 2

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
20	$-7; 2$	21	270
№ задания	Значения параметра		График
22	$c = 1,5$		
№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
23	$\frac{5}{7}$	25	3

ВАРИАНТ 10

Часть 1

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	1325	6	4,5	11	213	16	5
2	600	7	12	12	20	17	50
3	48	8	7	13	1	18	1
4	26	9	-2	14	2019	19	123
5	36	10	0,5	15	32		

Часть 2

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
20	$-4 - 2\sqrt{2}; -4 + 2\sqrt{2}; -1; -7$	21	13

Окончание табл.

№ задания	Значения параметра		График
22	$c = -1,5, c = 8 - 2\sqrt{15}, c = 8 + 2\sqrt{15}$		
№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
23	2	25	6,5

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
Инструкция	4
Вариант 1	5
Вариант 2	11
Вариант 3	17
Вариант 4	23
Вариант 5	28
Вариант 6	34
Вариант 7	39
Вариант 8	45
Вариант 9	50
Вариант 10	56
Решения заданий варианта 1	62
Решения заданий варианта 2	71
Решения заданий варианта 3	80
Решения заданий варианта 4	90
Решения заданий варианта 5	99
Решения заданий варианта 6	109
Решения заданий варианта 7	118
Решения заданий варианта 8	128
Решения заданий варианта 9	138
Решения заданий варианта 10	148
Ответы	158

УДК 373.5:51
ББК 22.1я721
М64

Мирошин, Владимир Васильевич.
М64 ОГЭ 2022. Математика : тренировочные варианты : 10 вариантов с решениями / В. В. Мирошин. — Москва : Эксмо, 2021. — 168 с. — (ОГЭ. Тренировочные варианты).

ISBN 978-5-04-121513-2

Книга предназначена для подготовки учащихся к ОГЭ по математике. Публикуемые в пособии материалы дадут представление о типах заданий и содержании экзаменационной работы.

Издание содержит:

- 10 тренировочных вариантов, составленных в соответствии с демоверсией;
- подробные решения всех заданий;
- критерии оценивания.

Пособие будет полезно учителям математики, так как даёт возможность эффективно организовать учебный процесс и подготовку к экзамену.

УДК 373.5:51
ББК 22.1я721

ISBN 978-5-04-121513-2

© Мирошин В.В., 2021
© Оформление. ООО «Издательство «Эксмо», 2021

Справочное издание
анықтамалық баспа

ОГЭ. ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ВАРИАНТЫ

Мирошин Владимир Васильевич

ОГЭ 2022. МАТЕМАТИКА

**Тренировочные варианты
10 вариантов с решениями
(орыс тілінде)**

Ответственный редактор *А. Жилинская*
Ведущий редактор *Т. Судакова*
Выпускающий редактор *Ю. Голубева*
Художественный редактор *А. Кашлев*
Технический редактор *Л. Зотова*
Компьютерная вёрстка *А. Григорьев*
Корректор *О. Ковальчук*

Страна происхождения: Российская Федерация
Шығарылған елі: Ресей Федерациясы

ООО «Издательство «Эксмо»
123308, Россия, город Москва, улица Зорге, дом 1, строение 1, этаж 20, каб. 2013.
Тел.: 8 (495) 411-68-86.

Home page: www.eksmo.ru E-mail: info@eksmo.ru
Өндіруші: «ЭКМО» АҚБ Баспасы,

123308, Ресей, қала Мәскеу, Зорге көшесі, 1 үй, 1 ғимарат, 20 қабат, офис 2013 ж.
Тел.: 8 (495) 411-68-86.

Home page: www.eksmo.ru E-mail: info@eksmo.ru
Тауар белгісі: «Эксмо»

Интернет-магазин : www.book24.ru

Интернет-магазин : www.book24.kz

Интернет-дүкен : www.book24.kz

Импортёр в Республику Казахстан ТОО «РДЦ-Алматы».

Қазақстан Республикасындағы импорттаушы «РДЦ-Алматы» ЖШС.

Дистрибьютор и представитель по приему претензий на продукцию,

в Республике Казахстан: ТОО «РДЦ-Алматы»

Қазақстан Республикасында дистрибьютор және өнім бойынша арыз-талаптарды

қабылдаушының өкілі «РДЦ-Алматы» ЖШС,

Алматы қ., Домбровский көш., 3-а, литер Б, офис 1.

Тел.: 8 (727) 251-59-90/91/92; E-mail: RDC-Almaty@eksmo.kz

Өнімнің жарамдылық мерзімі шектелмеген.

Сертификация туралы ақпарат сайтта: www.eksmo.ru/certification

Сведения о подтверждении соответствия издания согласно законодательству РФ
о техническом регулировании можно получить на сайте Издательства «Эксмо»
www.eksmo.ru/certification

Өндірген мемлекет: Ресей. Сертификация қарастырылған

Дата изготовления / Подписано в печать 17.05.2021. Формат 60×84¹/₈.
Гарнитура «SchoolBook». Печать офсетная. Усл. печ. л. 19,6.

Тираж экз. Заказ №



ISBN 978-5-04-121513-2



9 785041 215132 >

ПРИСОЕДИНЯЙТЕСЬ К НАМ!



eksmo.ru

МЫ В СОЦСЕТЯХ:

[eksmolive](#)

[eksmo](#)

[eksmolive](#)

[eksmo.ru](#)

[eksmo_live](#)

[eksmo_live](#)

В электронном виде книги издательства вы можете
купить на www.litres.ru

ЛитРес:
один клик до книг



Москва. ООО «Торговый Дом «Эксмо»

Адрес: 123308, г. Москва, ул. Зорге, д. 1, строение 1.

Телефон: +7 (495) 411-50-74. **E-mail:** reception@eksmo-sale.ru

По вопросам приобретения книг «Эксмо» зарубежными оптовыми
покупателями обращаться в отдел зарубежных продаж ТД «Эксмо»

E-mail: international@eksmo-sale.ru

*International Sales: International wholesale customers should contact
Foreign Sales Department of Trading House «Eksmo» for their orders.*

international@eksmo-sale.ru

По вопросам заказа книг корпоративным клиентам, в том числе в специальном
оформлении, обращаться по тел.: +7 (495) 411-68-59, доб. 2261.

E-mail: ivanova.ey@eksmo.ru

Оптовая торговля бумажно-беловыми

и канцелярскими товарами для школы и офиса «Канц-Эксмо»:

Компания «Канц-Эксмо»: 142702, Московская обл., Ленинский р-н, г. Видное-2,

Белокаменное ш., д. 1, а/я 5. Тел./факс: +7 (495) 745-28-87 (многоканальный).

e-mail: kanc@eksmo-sale.ru, сайт: www.kanc-eksmo.ru

Филиал «Торгового Дома «Эксмо» в Нижнем Новгороде

Адрес: 603094, г. Нижний Новгород, улица Карпинского, д. 29, бизнес-парк «Грин Плаза»

Телефон: +7 (831) 216-15-91 (92, 93, 94). **E-mail:** reception@eksmonn.ru

Филиал ООО «Издательство «Эксмо» в г. Санкт-Петербурге

Адрес: 192029, г. Санкт-Петербург, пр. Обуховской обороны, д. 84, лит. «Е»

Телефон: +7 (812) 365-46-03 / 04. **E-mail:** server@szko.ru

Филиал ООО «Издательство «Эксмо» в г. Екатеринбурге

Адрес: 620024, г. Екатеринбург, ул. Новинская, д. 2щ

Телефон: +7 (343) 272-72-01 (02/03/04/05/06/08)

Филиал ООО «Издательство «Эксмо» в г. Самаре

Адрес: 443052, г. Самара, пр-т Кирова, д. 75/1, лит. «Е»

Телефон: +7 (846) 207-55-50. **E-mail:** RDC-samara@mail.ru

Филиал ООО «Издательство «Эксмо» в г. Ростове-на-Дону

Адрес: 344023, г. Ростов-на-Дону, ул. Страны Советов, 44А

Телефон: +7(863) 303-62-10. **E-mail:** info@rnd.eksmo.ru

Филиал ООО «Издательство «Эксмо» в г. Новосибирске

Адрес: 630015, г. Новосибирск, Комбинатский пер., д. 3

Телефон: +7(383) 289-91-42. **E-mail:** eksmo-nsk@yandex.ru

Обособленное подразделение в г. Хабаровске

Фактический адрес: 680000, г. Хабаровск, ул. Фрунзе, 22, оф. 703

Почтовый адрес: 680020, г. Хабаровск, А/Я 1006

Телефон: (4212) 910-120, 910-211. **E-mail:** eksmo-khv@mail.ru

Филиал ООО «Издательство «Эксмо» в г. Тюмени

Центр оптово-розничных продаж Cash&Carry в г. Тюмени

Адрес: 625022, г. Тюмень, ул. Пермякова, 1а, 2 этаж. ТЦ «Перестрой-ка»

Ежедневно с 9.00 до 20.00. Телефон: 8 (3452) 21-53-96

Республика Беларусь: ООО «ЭКМО АСТ Си энд Си»

Центр оптово-розничных продаж Cash&Carry в г. Минске

Адрес: 220014, Республика Беларусь, г. Минск, проспект Жукова, 44, пом. 1-17, ТЦ «Outleto»

Телефон: +375 17 251-40-23; +375 44 581-81-92

Режим работы: с 10.00 до 22.00. **E-mail:** exmoast@yandex.by

Казахстан: «РДЦ Алматы»

Адрес: 050039, г. Алматы, ул. Домбровского, 3А

Телефон: +7 (727) 251-58-12, 251-59-90 (91,92,99). **E-mail:** RDC-Almaty@eksmo.kz

Украина: ООО «Форс Украина»

Адрес: 04073, г. Киев, ул. Вербова, 17а

Телефон: +38 (044) 290-99-44, (067) 536-33-22. **E-mail:** sales@forsukraine.com

**Полный ассортимент продукции ООО «Издательство «Эксмо» можно приобрести в книжных
магазинах «Читай-город» и заказать в интернет-магазине: www.chitai-gorod.ru.**

Телефон единой справочной службы: 8 (800) 444-8-444. Звонок по России бесплатный.

Интернет-магазин ООО «Издательство «Эксмо»

www.book24.ru

Розничная продажа книг с доставкой по всему миру.

Тел.: +7 (495) 745-89-14. **E-mail:** imarket@eksmo-sale.ru

book 24.ru

Официальный
интернет-магазин
издательской группы
«ЭКМО-АСТ»

ЧИТАЙ·ГОРОД

10
вариантов
с решениями

МАТЕМАТИКА

ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ВАРИАНТЫ

ОГЭ
2022

НАСТОЯЩЕЕ ИЗДАНИЕ СОДЕРЖИТ:

- тренировочные варианты;
- подробные решения;
- инструкцию по выполнению работы;
- ответы и критерии оценивания.

ДЛЯ КОМПЛЕКСНОЙ ПОДГОТОВКИ К ОГЭ ВЫХОДЯТ СЕРИИ:

- Тренировочные варианты
- Тематические тренировочные задания
- Сборник заданий
- Универсальный справочник

УСПЕХ НА ОГЭ ГАРАНТИРОВАН!

Аналогичные учебные пособия выходят по основным предметам: русскому языку, литературе, математике, истории, обществознанию, биологии, географии, физике, химии, информатике и английскому языку.

